



الخوارزمي

أبو عبد الله محمد بن موسى
صاحب الجبر والمقابلة

د. رحاب عكاوي



دار الفكر العربي
بيروت

الخوارزمي

أبو عبد الله محمد بن موسى
صاحب الجبر والمقابلة

الطبـــعـــة الاولى ٢٠٠٢



دار الفكر العربي
مؤسسة ثقافية للطباعة و النشر و التوزيع
كورنيش سليم سلام - بناية الشروق - الطابق الأول
هاتف : ٣١١١١٤ / ٠١ - ٣١١١١٥ / ٠١ - فاكس : ٣١٣٧٣٦ / ٠١
ص. ب : ٥٠٧٠ / ١٤ - بيروت - لبنان

توطئة

لا مراء أنه كلّما أمعنّا في درس حضارة العرب وكتبهم العلمية واختراعاتهم وفنونهم كلّما ظهرت لنا حقائق جديدة وآفاق واسعة، ولسرعان ما أدركنا أنّ العرب أصحاب الفضل في معرفة القرون الوسطى لعلوم الأقدمين، وأن جامعات الغرب لم تعرف لها، طيلة خمسة قرون، موردًا علميًّا سوى مؤلفاتهم، وأنهم هم الذين مدّنوا أوروبة مادة وعقلًا وأخلاقًا، وأنّ التاريخ لم يعرف أمة أنتجت ما أنتجوه في وقت قصير، وأنه لم يفقهم قوم في الإبداع الفني.

والحقيقة أنّ حب العرب للعلم كان عظيمًا، وأن الخلفاء لم يتركوا طريقًا لاجتذاب العلماء ورجال الفن إلّا سلكوها، وأن أحد خلفاء بني العباس شهر الحرب على قيصر الروم ليأذن لأحد الرياضيين المبرّزين في التدريس ببغداد، وأن العلماء ورجال الفن والأدباء من جميع الملل والنحل أخذوا يتقاطرون إلى بغداد التي كانت مركز الثقافة العالمية، كما أخذوا يتوافدون على عاصمة الأندلس قرطبة التي كانت مركز العلوم.

وقد قال غوستاف لوبون: «كانت معارف اليونان واللاتين القديمة أساسًا لثقافة متعلّمي العرب في الدور الأول، وكان هؤلاء كالطلاب الذين يتلقّون في المدرسة ما ورثه الإنسان من علوم الأولين، وكان اليونان أساتذة العرب الأولين إذًا، ولكنّ العرب المفطورين على قوة الإبداع والنشاط لم يكتفوا بحال الطلب الذي اكتفت به أوروبة في القرون الوسطى، فلم يلبثوا أن تحرّروا من ذلك الدور الأول».

والإنسان يقضي العجب من الهمة التي أقدم بها العرب على البحث، وإذا كانت هنالك أمم قد تساوت هي والعرب في ذلك فإنك لا تجد أمة فاقت العرب على ما يحتمل.

ولم يلبث العرب، الذين كانوا تلاميذ معتمدين على كتب اليونان، أن أدركوا أن التجربة والترصد خير من أفضل الكتب، وإذا كان يُعزى إلى بيكن عمومًا أنه أول من أقام التجربة والترصّد اللذين هما ركن المناهج العلمية الحديثة، إلّا أنه يجب أن يُعترف اليوم بأن ذلك كله من عمل العرب وحدهم.

لقد منح اعتماد العرب على التجربة مؤلفاتهم دقة وابتكارًا لا يُنتظر مثلُهما من رجل تعوّد درس الحوادث في الكتب، ونشأ عن منهاج العرب التجريبيّ وصولهم إلى اكتشافات مهمة. ولمّا آل العلم إلى العرب حوّلوه إلى غير ما كان عليه، فتلقّاه ورثتُهم مخلوقًا خلقًا آخر.

منذ نهاية القرن الثاني الهجري حتى نهاية القرن الرابع نشطت حركة النقل والترجمة في الأقطار الإسلامية، ولا سيما في بغداد مقر الخلافة العباسية، وقد عُهد إلى المترجمين بنقل أهم المؤلفات اليونانية إلى العربية والتوفيق بينها وبين متطلّبات الحضارة الفكرية الإسلامية، وذلك في علوم اعتبرها العرب ذات أهمية وفائدة كالطب والفلك والجغرافيا والكيمياء والفيزياء، ثم أُلحقت الفلسفة بهذه العلوم.

تلك كانت الخطوة الأولى التي خطاها العرب المسلمون في نقل وترجمة تراث اليونان إلى لغتهم الضاد، ثم تلتها الخطوة الثانية وهي انتقال هذه الحضارة الإسلامية إلى الغرب، وذلك في مراكز أشهرها سالرنو ونابولي في إيطاليا، وتم النقل من العربية إلى اللاتينية وهي اللغة العلمية الوحيدة في ذلك العصر.

في الطب كان كتاب «القانون» لابن سينا عمادًا وأساسًا لتقسيمه في الغرب، وقد بقي طوال خمسمائة سنة النص المعتمد في كليات الطب الأوروبية. أمّا في الرياضيات فأوروبة مدينة لأشهر أعلامها بين المسلمين وهو الخوارزمي ـ موضوع كتابنا ـ مبتكر علم الجبر وناشر الأرقام الهندية التي تدعىَ في الغرب الأرقام العربية حتى يومنا. وأمّا في علم الطبيعيات فقد دُرّس كتاب العالم ابن الهيثم المعنون «كتاب المناظر» في جامعات أوروبة حتى القرن السابع عشر، وكذلك في علمي الفيزياء والكيمياء ومعهما علم الفلك، حيث اكتسح الغرب هذه العلوم القائمة على تعاليم بطليموس وكوّن منها صورة العالم السماوي حتى ظهور كوبرنيكوس.

إنّ العناية الكبيرة التي أولاها العلماء العرب المسلمون التراث اليوناني لم تمنعهم من إخصابه بمعارفهم الجديدة والتفوّق عليها، ولا سيّما بقدر ما أحدثوه، فعندما نقل العرب عن الهنود النظام العشري وأكملوه بلغوا فيه مرتبة جعلتهم يُعتبرون بحق مؤسسي علم الحساب، وقد نهضوا بعلم الجبر أيضاً إلى مستوى علمي رفيع، ووضعوا أسس الهندسة التحليلية، وكانوا أول من درس علم المثلثات الكروية، ثم قوّموا علم المناظر، ووسّعوا أفق الجغرافيا بشكل غير منتظر.

وإنّ أهم ما أدركته العصور الوسطى في العلوم الطبيعية ربما هي مبادئ البحث

التجريبي، فبين الطرق العديدة التي اتبعتها هذه العلوم كالمراقبة والقياس والعدّ والاستقراء والاستدلال والتجربة، احتلت التجربة مكانًا ساميًا، وهنا كان المسلمون السباقين إذ وضعوا أسسها قرابة القرن الخامس الهجري، بينما نرى علماء اليونان اتبعوا طريقة التجربة بدهيًا، ولكنهم لم يوفقوا إلى جعلها منهجًا تامًا، وقد تطوّر هذا المنهج على أيدي علماء الفيزياء والكيمياء والمناظر العرب.

إن مبدأ العلة المسيطر على دراسة قضايا العلم يسيطر على دراسات حوادث التاريخ أيضًا، وإن طرق البحث والاستقصاء التي يُستعان بها على دراسة القضايا العلمية يُستعان بها على دراسة الحوادث التاريخية أيضًا، فيجب والحال هذه درس الحادثة الاجتماعية كما تدرس أية حادثة طبيعية أو علمية.

د. رحاب عكاوي

بيروت ٢٠٠٢/١/١٠

مقدّمة

الرياضيات عند العلماء العرب

علوم البشر صنفان: صنف طبيعي يهتدي إليه الإنسان بفكره كالعلوم الحكمية، المنطق والهندسة والفلك والفلسفة، ثم صنف نقلي، كاللغة والدين والتاريخ، يأخذه الإنسان عن واضعه الشرعي، ولا مجال للعقل في هذا الصنف من العلوم إلّا في التفاصيل الفرعية. والعلوم عند العرب في العصر العباسي كانت قسمين: علومًا أصيلة وعلومًا دخيلة. فالعلوم العربية الأصيلة هي العلوم التي كانت معروفة عند العرب قبل الإسلام كعلوم اللغة والتاريخ والفراسة وما شابهها، أمّا العلوم الدخيلة فهي العلوم التي لم تكن موجودة عند العرب في الجاهلية بل دخلت عليهم بقواعدها وتفاصيلها بعد الإسلام، وهي مجمل العلوم العقلية، وهي أربعة أقسام: المنطق والعلم الطبيعي والعلم الإلّهي وعلوم التعاليم (الرياضيات والطبيعيات).

وعلوم التعاليم في الأصل هي العلوم العددية، التي نسمّيها العلوم الرياضية، ولكنّ العرب كانوا يعدّون العلوم الطبيعية (الفيزياء والكيمياء) أيضًا في علوم التعاليم لأنّ فيها جانبًا يتعلّق بالعدد (الرياضيات). وفي العلوم الرياضية، خصوصًا، يدخل في ذلك علم العدد (الحساب) والجبر والهندسة والأنساب (المثلثات) والفلك والغناء، ونحن نلاحظ أن بعض هذه العلوم يتصل أيضًا بالطبيعيات كالغناء (الموسيقى) وأنّ علم الحيل (الميكانيكا) وعلم المناظر (البصريات) يمكن أن يكونا من علم الرياضيات لأنّ فيهما جانبًا كبيرًا يتعلّق بالرياضيات.

وقد تطوّر البحث في الرياضيات عند العرب ولا سيما علم الجبر، وإليهم يُعزى اكتشافه، غير أن أصوله كانت معروفة منذ زمن سحيق، ومع ذلك فقد حوّل العرب علم الجبر تحويلًا تامًّا، وإليهم يرجع الفضل في تطبيقه على الهندسة. وقد أخذ العرب مبادئ علم الرياضيات عن اليونانيين والهنود، ومالوا إلى الأخذ بعلم الأعداد ذات الحجم الكبير الذي يفوق علم الفلك عظمة واتساعًا، وهو ما تمتّع به الحسن بن موسى بن شاكر، فبفضله استطاع العرب أن يكتشفوا فروعًا جديدة في العلم طوّروها مع غيرها ووصلوا بها إلى ذروة سامية حتى أصبحوا معلمي الرياضيات في عصر النهضة.

أخذ العرب الأرقام الهندية وعرفوا كيفية استخدامها واستعمال نظامها وتحويلها إلى أداة ذات نفع عميم. ولم يكن لشعوب البحر المتوسط ـ أصحاب الحضارة القديمة ـ أرقام خاصة بهم، فقد كتب المصريون الأرقام واحد، اثنين، ثلاثة، على شكل خطوط عمودية متجاورة، فتكوّنت عندهم الأرقام من خطوط ونقاط جمعتها رسوم أخذت عن الهيروغليفية لتكوّن العشرة والمائة والألف. وكتب البابليون أرقامهم مستخدمين أشكالاً مسمارية أفقية وعمودية تحدّد عددها ووضعها. كما استخدم الأغارقة منذ زمن سولون حتى ما قبل المسيح (ع) بقرن الحروف الأولى لكلمات الأعداد في كتابة الأعداد نفسها، وظهر عندهم عام ٥٠٠ق.م هذا النظام لكتابة الأعداد، وكانوا قد تعلموه هو وحروفهم الأبجدية عن شعوب سامية من العبرانيين والفينيقيين.

ثم إنّ الأرقام الرومانية كانت في أصلها خطوطًا عمودية تُصفّ إلى جوار بعضها لتشير إلى الأعداد، ثم توحّدت كل عشرة خطوط وحلّ محلها الرمز X، وحلّ نصف هذا الرمز محل الخمسة فصارت تكتب Y، ثم تطوّرت هذه الرموز مع مرور الزمن لتتخذ شكل الحروف الأبجدية واحد I، خمسة V، عشرة X، خمسون L، مائة C، خمسمائة D، وألف M.

وكان الشعب الهندي هو الشعب الوحيد الذي استطاع التخلّص من نظام تكوين الأعداد في سلسلة من الرموز أو الرسوم، فقد ابتكر لكل رقم شكلًا واحدًا يدل عليه ويُكتب به، وهو يكتسب قيمته تبعًا لموضعه في خانة الآحاد أو العشرات أو المئات أو الألوف. على أن هذه الطريقة الهندية لم تكن مكتملة، لأنها لم تكن قادرة على أن تكتب بوضوح عددًا كالرقم ٣٠٧، وذلك لأنهم لم يعرفوا ـ أي الهنادكة ـ الصفر، فكانوا يكتبون الثلاثة والسبعة ويضعون بينهما علامة ليميّزوا بينها وبين الرقم ٣٧، وقد أسموا هذا الفراغ ـ العلامة بالثقب، ومن ثمّ عمدوا إلى وضع دائرة أو نقطة في محل هذا الفراغ، ولم تلبث هذه النقطة أو الدائرة التي رسموها بين الأرقام الأخرى أن أصبحت رقمًا تعارفوا عليه فتمّ على هذا الوجه نظامهم العدديّ.

وكان الصفر قد ظهر في الكتابات الهندية للمرة الأولى حوالى العام ٤٠٠م، وقد كتب الفلكي الهندي براهما جوبتا عام ٦٢٨م نظامه الفلكي الشهير «سدهانت Siddhanta» مستخدمًا الأرقام التسعة والصفر كرقم عاشر. وكان من حسن طالع العرب أن قدم إلى بلاط الخليفة المنصور عام ٧٧٣م الفلكي الهندي «كانكا» وكان عالماً في طرق الحسابات الهندية، فأمر المنصور بترجمة هذا الكتاب إلى العربية، وأن يؤلّف كتاب على نهجه يبيّن للعرب سير الكواكب، وعهد بهذا العمل إلى محمد بن إبراهيم الفزاري الذي

وضع على نمطه كتابًا عرف باسم «السند هند الكبير»، وقد أخذ العلماء به حتى عصر الخليفة المأمون.

وقد صنّف الخوارزمي العالم العربي المسلم كتابًا بيّن فيه النظام الهندي وطريقة استخدامه عمليًا وساق الأمثلة عليه لتيسير العمل به. وهو أحد العلماء الذين استقدمهم المأمون إلى بلاطه، حيث قام بتصنيف كتب عديدة في الرياضيات كان منها «حساب الجبر والمقابلة» و«علم الحساب» الذي شرح فيه نظام الأعداد والأرقام الهندية، كما شرح طرق الجمع والطرح والضرب والقسمة وحساب الكسور.

عرف العرب الأرقام الهندية وأدركوا بعبقريتهم الرياضية قيمة هذه الأرقام وفائدتها العلمية، ولا عجب أن يكون كل تركيب وكل حساب فلكي مرتكزًا على الأرقام وحساباتها. ولا شك أنّ علم الجبر العربي - وفي البدء كتاب الخوارزمي - كان المصدر الذي نهل منه أبو كامل المصري، ومن تصانيف البيروني والكرابيسي استمدّ «ليوناردو البيزي» معلوماته في المعاملات الرباعية والثلاثية وصنفها في كتابه، ولعل عمر الخيام هو الذي طوّر علم الجبر ووصل به إلى مكانة مرموقة.

والحق أن علم الرياضيات الذي عرفه علماء الغرب عن علماء العرب كان في حقيقة أمره فتحًا جديدًا، وذلك أن النظام الهندسي الذي وضعه الأغارقة ومهّدوا للرياضيات به، أخذه العلماء العرب وطوّروه ووضعوا بديلًا له ذا نظام جبري حسابي، إذ لم ترق لهم الرسوم الهندسية كأداة للتعبير عن أعدادهم وحسابهم كالمعاملة الرباعية وتقسيم الزاوية إلى ثلاثة أجزاء أو تقسيم الدائرة إلى خمسة أجزاء، وانصرفوا إلى حلّ هذه المسائل العصية من طريق المعادلات الحسابية الجبرية الصرفة.

ثم إنّ العلماء العرب ابتكروا الحساب العشري بعد الفاصلة، فنحن نجد الفلكي الكاشي طوّر علم الحساب حين حوّل للمرة الأولى في التاريخ الرياضي الكسور ٢ $\frac{٨}{١٠٠}$ إلى ٢,٠٨، وجعل بذلك الحساب في متناول الجميع، إذ بغير هذا التحويل ما كان لعلم اللوغاريتم أن يبصر النور، ووجدوا أيضًا مبدأ الجيب والمماس والأشكال الأساسية لعلم المثلثات، وبهذا يكون العلماء العرب قد مهّدوا ميدانًا واسعًا في العلوم كان من قبلهم وعر المسالك.

لقد أدرك العلماء العرب المعادلات الجبرية وحلّوا الكثير من المعادلات من الدرجة الثانية بطرق هندسية، واكتشفوا حلولًا جبرية وهندسية لمعادلات ابتكروها، واستعملوا الرموز في المعاملات الرياضية، وحلّوا معادلات الدرجة الثالثة، فجمعوا بذلك بين الجبر

والهندسة، وعرفوا من بعدُ الجذور الصماء، وكان العالم الخوارزمي أول من استعمل كلمة «أصم» للدلالة على العدد الذي لا جذر له، كما أنّ سنان بن فتح الحراني صنّف كتابًا في الجمع والتفريق شرح فيه الكيفية التي من طريقها يمكن إجراء الأعمال الحسابية التي تتعلّق بالضرب والقسمة بوساطة الطرح والجمع.

كما قسّم العلماء العرب المسلمون الهندسة إلى ضربين عقلية وحسية، فالعقلية ما يُعرف ويُفهم، والحسية هي معرفة المقادير، أي ما يرى ويدرك باللمس. والنظر في الهندسة الحسية يؤدي إلى المهارة في الصنعة وخصوصًا في المساحة، والنظر في الهندسة العقلية يؤدي إلى الحذق في الصنائع العلمية، لأنّ هذا العلم يؤدي إلى معرفة جوهر النفس التي هي جذر العلوم وعنصر الحكمة.

اشتغل العرب بالجبر وأتوا فيه بالعجب العجاب، حتى إن كاجوري قال: «إنّ العقل ليدهش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر..» وهم أول من أطلق لفظة جبر على العلم المعروف اليوم بهذا الاسم، وعنهم أخذت أوروبة هذة اللفظة Algebra، وكذلك هم أول من ألّف فيه بصورة علمية منظمة، وأول من ألّف فيه محمد بن موسى الخوارزمي في زمن المأمون، وكان كتابه في الجبر والمقابلة منهلًا نهل منه علماء الغرب والشرق على السواء واعتمدوا عليه في بحوثهم وأخذوا عنه كثيرًا من النظريات، وقد أحدث هذا الكتاب أكبر الأثر في تقدّم علمي الجبر والحساب، بحيث يصح القول بأن الخوارزمي وضع علم الجبر وعلمه وعلم الحساب للناس أجمعين.

عرب الجاهلية والعلوم الرياضية

منذ أزمنة بعيدة كان للعرب حضارة عريقة في جنوبي الجزيرة العربية تحدّث عنها التاريخ وتكلّم عليها القرآن الكريم في أكثر من آية من آيه البيّنات، منها حضارة عاد وثمود والمعينيين والسبئيين، وكانت هذه الحضارات الأولى، ولا سيما حضارة مملكة سبإ، تقوم على أسس علمية دقيقة، فقد أقام السبئيون السدود والخزانات للانتفاع بالمياه في ري الأرض، وكان ذلك يستدعي منهم معرفة عملية ببعض الأصول الهندسية.

وفي عهودهم الأولى كان العرب أيضًا حرّاسًا على الطرق التجارية التي كانت تعبر قلب الجزيرة من الجنوب إلى الشمال، ولا مراء أنّ سيادتهم على طرق القوافل التي كانت تصل الشرق بالغرب، وممارستهم للأعمال التجارية، كان كل ذلك يقتضي منهم الإلمام ببعض العمليات الحسابية التي لا بدّ منها في ضبط هذه الأعمال. وأمّا كيف كانوا يقومون بهذه العمليات الحسابية فهذا ما لم يمكن الوقوف عليه، والمرجح أنهم كانوا يجرونها على هيئة ما، وقد عرف الجاهليون استعمال الحروف الأبجدية رموزًا للأعداد، وينسب إليهم أنهم استخدموا الحروف الأبجدية بترتيبها على هذا النحو: أبجد ـ هوز ـ حطي ـ كلمن ـ سعفص ـ قرشت ـ ثخذ ـ ضظغ.

فالواقع أنّ عرب جنوبي الجزيرة أصحاب الحضارات القديمة، وكذلك العرب في إماراتهم المتاخمة لحدود الفرس والروم، كعرب الشام وعرب الحيرة، أي الغساسنة والمناذرة، كانت معارفهم الرياضية مقتصرة على ما تستدعيه الأحوال المعيشية والمعاملات التجارية وتعيين الأزمنة والأمكنة بالمقاييس الأولية ومن طريق الأرصاد الفلكية، وقد تميّز العرب ـ عرب مكة ـ في العصور القريبة من ظهور الإسلام وكانت لهم رحلتان تجاريتان مشهورتان، وهما رحلة الصيف إلى بلاد الشام ورحلة الشتاء إلى بلاد اليمن، والذي لا شك فيه أنهم كانوا يستخدمون في ضبط أعمالهم التجارية عمليات حسابية على قدر من الدقة.

البحث العلمي في ظل الإسلام

ما إن أشرقت شمس الإسلام على بطاح هذه البادية المترامية الأطراف، في الجزيرة العربية، حتى أخذ العرب في ظل دينهم الحنيف ينتقلون من حياتهم البدائية، حياة البداوة وشظف العيش والخشونة، إلى حياة سعيدة هنيئة، توفّر لهم فيها الخير العميم بفضل ما غرسه

الإسلام في نفوسهم من حب العلم والمعرفة. ومنذ ذلك الحين بدأ العرب المسلمون يضعون أسسًا جديدة لمعارفهم الرياضية التي كانت مقصورة باديُ الأمر على المعاملات التجارية وقياس الزمان والمكان والأرصاد الفلكية، وذلك لأنّ تعاليم الإسلام كانت تحث على طلب العلم، والعلم فريضة على كل مسلم ومسلمة، وفي الخبر المأثور «اطلبوا العلم ولو في الصين»[١].

ثم إنّ تعاليم الإسلام دفعت العرب إلى التأمل في خلق السموات وما فيها والأرض وما عليها، وفرض الدين الجديد عليهم القيام بنشاط فكري يدور حول معرفة ما يتبع في المواريث والإلمام بمواعيد إشراق الأهلة، وضبط مواعيد الصلوات، وتعيين سمت القبلة، وبيان أوقات الحج. كل ذلك حمل العرب على البحث العلمي الذي يتناول بعض المسائل الفلكية، كالتقاويم وغيرها من الأصول الحسابية والهندسية. وقد كان الدافع الأول إلى فقه العرب بهذه النواحي يتسم بالطابع العملي، ولكن لم يلبث أن تحوّل إلى قواعد البحث العلمي الصرف.

ولم يمض وقت طويل حتى أخذت الحركة العلمية تنشط نشاطًا عظيمًا، وكانت مصادر هذا النشاط تنبعث من أصول متنوعة، فمنها ما يثريه الدين الجديد، ومنها ما يعود إلى اتصال العرب بأقوام آخرين من أمم الشرق والغرب كالفرس والروم والهند، كما يرجع إلى اتصالهم من طريق علماء السريان الذين كانوا ينشرون ثقافتهم وعلومهم السريانية والإغريقية في بعض المراكز العلمية في بلاد الشام.

وكان أن أجاد العرب بعد ذلك معظم اللغات الأجنبية التي كانت على اتصال شديد بمنابع الثقافة كالفارسية والإغريقية والسنسكريتية، وأخذت رحلاتهم وبعثاتهم تنمو وتتسع اتساعًا كبيرًا إلى مختلف البلدان والأمصار القريبة والبعيدة، كما اهتمّ الخلفاء ولا سيما خلفاء بني العباس بإنشاء البيوت العلمية، فاستقدموا إلى بلاطهم وإلى ما أنشأوه من دور العلم عددًا كبيرًا من العلماء من أجناس وأديان شتى، ممّا كان له أعظم الأثر في إغناء الثقافة العربية وتعميقها وتنشيط الحركة العلمية العربية الإسلامية.

ولا شك أنّ المنصفين من علماء البحث في تاريخ الحضارات العام مجمعون على أنّ علماء المسلمين كانت لهم الأيادي البيضاء في نهضة الحضارة العلمية والرياضية، فهم الذين حافظوا بأمانة على الثروة العلمية اليونانية فاستنبطوا دررها وشرحوها وضبطوها بعد أن أنقذوها من أيدي الرومان، وهم الذين اهتدوا إلى منابع الثقافة الهندية فأبرزوا معالمها إلى العالم بعد أن أتمّوا نقصها وشرحوا غامضها ومبهمها، وهم الذين غاصوا في بحر علوم

(١) راجع الخوارزمي العالم الرياضي الفلكي، البرقوقي وتوانسي، ص ٥٨.

الحضارات القديمة فأخرجوا منه ثقافة حديثة تتسم بالطابع العربي الأصيل وتبدو وكأنها حضارة علمية عربية لها خصائصها ومميزاتها، كما كان العرب هم الذين أثروا العلوم المختلفة التي ورثوها عن الأمم القديمة فنمت واكتسبت طابعًا علميًّا حضاريًّا أكاديميًّا دقيقًا، بحيث أصبح استعمالها من الوجهة العلمية مثمرًا مفيدًا للإنسانية، وهذا كله لأنّ العرب كانوا ينظرون إلى العلم لا باعتباره قواعد ونظريات تحفظ لذاتها، بل لأنها تدرس وتطبّق تطبيقًا عمليًّا نافعًا، أخذوها عن الهنود فهذبوها وطوّروها وأحدثوا فيها الكثير من التعديل والتبديل.

وأمّا عن اتصال العرب بالهنود فقد تمّ من طريق الحملة التي قام بها الحجاج الثقفي لفتح بلاد السند في سنة ٩٢هـ/٧١٠م، ومن طريق الحملات التي قام بها أبو جعفر المنصور لفتح كابل وكشمير في سنة ١٤٣هـ/٧٦٠م، ثم راح الخلفاء العباسيون يستقدمون علماء الهند ممّن برزوا في الفلك والطب ليكونوا من بين حاشيتهم وفي دور العلم في عواصمهم.

كل هذه العوامل جعلت العلماء العرب ينقلون الكثير من الثقافات الهندية، ونجم منهم العالم البيروني الذي انفرد بعملية التخصّص في نقل العلوم الهندية. وكان أن فتح العرب في العلوم الرياضية فتحًا جديدًا بأخذهم الأرقام الهندية وتمكنوا من أن يحدثوا فيها تغييرًا بحيث أصبحت قابلة للتعبير عن أكبر عدد وأصغر عدد، وذلك من طريق استخدام الصفر الذي كان من ابتكارات العرب أنفسهم، وتمكنوا أن يضاعفوا قيمة العدد بوضع أصفار من يمين العدد، كما استطاعوا أن يصغّروا قيمته بوضع أصفار عن يمين مقام الكسر، ولهذا اختار العرب طريقتين لكتابة الأرقام الهندية، هما:

أولًا: الطريقة المشرقية: وكان يستخدمها العرب في بغداد، ثم تطوّرت بعد ذلك حتى انتهت إلى تلك الأرقام التي نستخدمها اليوم في مصر وسورية ولبنان وغيرها من البلاد العربية في الشرق الأدنى، وهي على التوالي ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٠.

ثانيًا: الطريقة المغربية: استخدمها العرب في بلاد الأندلس، ثم تطوّرت ونقلها المغاربة في شمالي إفريقية، وهي: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

وعن المغاربة أخذ الغربيون تلك الأرقام ونقلوها واستخدموها، ولا يظننّ أحد أنّ هذه الأرقام إفرنجية الأصل، بل الصواب أنها عربية نقلها الأوروبيون، بدليل أنّ البعض لا يزال حتى يومنا يسميها الأرقام العربية(١).

وكان العرب في صدر الإسلام يستخدمون الحروف الهجائية في الترقيم قبل أن يستعملوا الأرقام الهندية، وهذه صورة الحروف مع قيمتها العددية:

---

(١) الخوارزمي العالم الرياضي الفلكي، ص ٦٠ وما بعدها.

أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز	حـ	ط	ي	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠
			ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ		غ				
			١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠	٨٠٠	٩٠٠		١٠٠٠				

وعن كيفية نقل العرب لهذه الأرقام الهندية في المشرق والمغرب فإن بعض المصادر الموثوقة ذكرت أنه في حدود سنة ١٥٧هـ/٧٧٣م قدم على الخليفة المنصور عالم فلكي هندي ومعه بعض الجداول الرياضية، وهي التي أسماها العرب، «السند هند» ويُقال إن هذا الاسم تحريف للفظة «سدهانتا»، الهندية، وقيل إن واضع هذه الجداول هو الرياضي الهندي «براهما جوبتا». وعن هذه الجداول وضع علماء العرب جداولهم الرياضية ومن بينهم محمد بن موسى الخوارزمي، ثم صنّف العرب كتبًا عديدة في الحساب، وكانوا يجعلون هذا الحساب أقسامًا، منه ما يتعلّق بحساب الصحاح، أي الأعداد الصحيحة، ومنه ما يتعلّق بالكسور، وكانوا يتعمّقون في تقسيم كل من هذين الأصلين إلى فروع تبحث في الجمع والتضعيف والتفريق والتصنيف، وهي الضرب والقسمة والطرح ثم التجذير أي استخراج الجذر.

تلك هي الكيفية التي استخدم بها العرب الأرقام الهندية، على أنّ تواليف العرب في علم الحساب تميّزت بأنها مؤلفات عملية تدور مسائلها حول ما يدور في الحياة العملية، وكانت كتب الحساب في وقتنا الحاضر حتى عهد قريب تنهج طريقًا لا يمتّ بصلة إلى المعاملات الواقعية التي تجري في حياتنا العملية، إلى أن تنبّه المصنّفون في النهاية إلى هذا النهج العقيم في تعليم الحساب، وهو النهج الذي جانبه علماء العرب في مؤلفاتهم الحسابية منذ أمد بعيد، ولا مراء أن نهج العرب الذي سلكوه في تأليف كتب الحساب دليل دامغ على مقدار استيعابهم وفهمهم للعلم ورسالته في المجتمع، وأن هذا العلم لا يُستفاد منه ما لم يتعلّمه المتعلّمون مطبّقًا على مواقف الحياة العملية، ولهذا نجد المسائل التي وردت في كتبهم الحسابية تتناول المسائل التجارية ومعاملاتها وتقسيم الغنائم وتوزيع الرواتب على الجيوش، وما تخرجه الأراضي من محاصيل.

كما أنّ العرب عرفوا الأعداد السحرية وما لها من أثر متوهّم، وكان هذا الأمر شائعًا في أفراد العامّة الذين لم ينالوا حظًّا وافرًا من التعليم، ويقال إنّ الأوروبيين نقلوا هذه الأعداد عن العرب، وكان الأخيرون يكوّنون من هذه الأعداد مربعات سحرية ورد بعضها في

مصنّفاتهم، ومنها على سبيل المثال المربع التالي[١] وهو مكوّن من تسعة مربعات صغيرة نجد في كل صف منها وفي كل عمود وكل قطر أن مجموع الأعداد يساوي ١٥:

١٥	٤	٩	٢	
١٥	٣	٥	٧	
١٥	٨	١	٦	
١٥	١٥	١٥	١٥	١٥

وفي علم الجبر أيضًا كان للعرب الفضل الكبير، فهم الذين طوّروا هذا العلم بتأسيسه على قواعد منطقية وأطلقوا عليه الاسم المتداول اليوم وإن كانوا لم يستخدموا الرموز التي نستخدمها في الوقت الحاضر، ولهذا كان من الصعب عليهم حلّ المسائل الجبرية.

بالإضافة إلى هذا التطوّر في علم الجبر عند العرب فقد توصّلوا إلى معرفة معادلات الدرجة الثانية وطريقة حلّها، وهي الطريقة التي تستخدم اليوم في المدارس الحديثة، وكي يبدو لنا موقف علماء العرب واضحًا من استعمال الأرقام الحسابية لا بدّ أن نشير إلى أنه كان هناك نظامان كما أسلفنا: النظام المنزلي العشري في كتابة الأعداد، ويعني أن كل منزلة (خانة) فيه تساوي عشرة أضعاف المنزلة التي قبلها من جهة اليمين، والنظام الذي يطلق عليه اسم النظام الستيني وهو سُمّي بهذا الاسم لأنّ أساسه ستون، كما أن أساس النظام العشري عشرة، والمرجح أنّ العرب استخدموا كلًّا من النظامين في العمليات الحسابية التي كانوا يقومون بها على حسب ما كان يجري في حياتهم من معاملات.

عن النظام الأول عرفنا أنه منقول عن علماء الهند كما هو مذكور في الأصول الهندية، وأمّا النظام الستيني فأغلب الظن أنه بابلي الأصل، وضعه البابليون واستخدموه في القرن الواحد والعشرين قبل الميلاد. وكان لزامًا أن يميّز العرب بين النظامين فعمدوا إلى تسمية النظام العشري الأرقام الهندية، وأسموا النظام الستيني حساب الجمل أو الحساب الأبجدي، وسبب هذه التسمية واضح من استخدام الحروف بدل الأرقام، وقد ذكرنا سابقًا أنهم استخدموا الألف لتدل على الواحد والباء للاثنين والجيم للثلاثة إلى آخر الحروف الأبجدية.

---

(١) م.ن ص ٦١.

على أنّ العرب عرفوا نوعين من الأرقام، الأول هو الأرقام الهندية والثاني الأرقام الغبارية وقد ذكرنا هذا من قبل، وعلينا أن نتعرّف على النوع الأخير من الأرقام، فقد أوردنا أنّ عرب المغرب هم الذين استعملوا هذا النوع وعنهم نقله الغربيون، ويمكن أن نضيف إلى ذلك أنّ عرب الأندلس عرفوه أيضًا وكانوا يعلمونه في مدارسهم في غرناطة وقرطبة وطليطلة، ثم تعلمها الأوروبيون في هذه المدارس التي كانت بحق منابع النور والمعرفة في ذلك العصر. وما كاد الأوروبيون يتقنونها حتى تركوا الأرقام الرومانية، فحلّت الأرقام العربية محلّها، ويقال إنّ عالمنا الخوارزمي استخدم هذين النوعين من الأرقام الحسابية في كتابه المعنون «الجبر والمقابلة» وفي جداوله الفلكية الشهيرة، وفي «كتاب الجمع والتفريق بحساب الهند» وأشار الجاحظ في حدود ٨٥٠م إلى ارقام الهند، والكندي في «رسالة في استعمال الحساب الهندي» والبيروني في «كتاب الأرقام» والحسن بن الهيثم في «مقالات في الحساب الهندي» وفخر الدين الرازي في كتابه «حدائق الأنوار» وابن خلدون المؤرخ في مقدمته. ويعتبر عام ٤٥٨م أقدم عام ذُكر فيه الصفر والأرقام العشرية من واحد إلى تسعة التي نستخدمها اليوم وذلك في الهند، وهي المرحلة التي ألّفت فيها حكايات «كليلة ودمنة» ذات الأصل الهندي.

العلوم الرياضية والنهضة العلمية وموقف الخليفة المأمون

كان المأمون عنصرًا فعّالًا في قيام الحركة العلمية التي كانت سببًا قويًّا فيما تمخّضت عنه العقلية العربية في نواحي الثقافات والعلوم، ويعود ذلك إلى موقفه المشجّع من حركة الترجمة، والنقل. وكانت الحضارة العربية تقوم في البدء على أسس دينية صرفة في عهد الخلفاء الراشدين، ولم يكد العرب يطمئنون إلى تأسيس دولتهم العربية الإسلامية، والتي أضحى بناؤها متينًا شامخًا لا تقوى عليه النوائب، حتى شرعوا يفكرون في دعم بنيان هذه الدولة بالعلم الدنيوي بعد أن بيّن لهم القرآن الكريم طريقًا مستقيمًا سليمًا في طلب العلم والانتفاع في رقيّهم وتقدّمهم.

في مبدإ العصر الأموي كانت بوادر الحركة العلمية العربية ترتسم في خطوطها الأولى في مخطط الحضارة العلمية الإسلامية، ففي صفحات التاريخ التليد أنّ خالد بن يزيد ابن معاوية كان أول من اشتغل بالترجمة وصناعة الكيمياء، وأنه ترجم كراسًا في الطب يدعى كراس أهرن، الطبيب السكندري، ثم أخذ بناء حركة الترجمة والنقل يشق طريقه عنيفًا إلى أن بلغ أعلى درجة له في العظمة والاتساع تحت كنف الخليفة المأمون.

وفي العصر العباسي كان الخليفة أبو جعفر المنصور من أوائل الذين أدركوا قيمة العلم في تأسيس دعائم الخلافة، فقد شجّع الترجمة والنقل عن علوم الأولين، ولشدّة حرصه وعنايته بقيام حركة علمية ناشطة اعتمد على علماء السريان الذين برزوا في ذلك العهد بأنهم حملة لواء العلم ونقلته، ولذلك كانوا يقومون عهدئذ بتدريسه في مدارس الشام من مثل الرها وحران ونصيبين.

وهؤلاء العلماء السريان كانوا على درجة رفيعة من العلم والمعرفة بالثقافة اليونانية، كما كانوا ملمّين إلمامًا جيّدًا باللغة اليونانية القديمة، ولهذا وجد الخليفة المنصور في هؤلاء العلماء ضالّته، فقرّبهم واتخذهم في بلاطه مترجمين، فترجموا له الكثير من كتب الطب والفلك، في حين لم يحاول العرب في ذلك العهد ترجمة التراث اليوناني وإن كانت هناك ثمة محاولة حدثت في عهد المهدي تمثّلت بترجمة بعض أجزاء من إلياذة هوميروس، شاعر الإغريق الشهير، غير أنّ هذه الترجمة لم يكن لها أي أثر أدبي في أذهان العرب في ذلك الوقت إذ كانوا ينظرون إلى أدبهم باعتباره أفضل الآداب طرًّا.

بعد ذلك أقبل العرب، أيام الخليفة هارون الرشيد، على الترجمة والنقل إقبالًا عظيمًا، وكان الرشيد أكثر حماسة من المنصور في تشجيع الحركة العلمية ونقل العلوم في مظانها، فكان يقوم بنفسه بغزو بلاد الروم في كل عام، وكان يطلق على هذه الغزوات اسم «الصوائف» أي غزوات الصيف، ولم تكن هذه الغزوات في واقع الأمر إلّا غزوات علمية، لأنّ الرشيد كان إلى جانب محاولة إلقاء الرعب في قلوب أعداء الخلافة وإخضاعهم والقضاء على ممالكهم يهتم أشدّ الاهتمام بالحصول على مزيد من الكتب والمخطوطات في مختلف العلوم الطبية والفلكية والفلسفية والرياضية.

ولأجل هذا الهدف العلمي ـ الحربي، كان يقصد بغزواته إلى المدن الرومية في آسيا الصغرى وفي طليعتها أنطاكية في بلاد الشام وعمورية وكانت خزائنهما مليئة بالمخطوطات النادرة والتواليف النفيسة التي لم يكن يعرف قيمتها العلمية أحد من ساكني هاتين المدينتين، إذ كانت محفوظة كإرث يوناني قديم. وفي هذه الغزوات التي كان النصر فيها للرشيد تمت شروط الصلح التي فرضت على الروم حصول الرشيد على الكتب والمخطوطات التي يريدها ولم يكن ليجد معارضة من هذه الناحية.

وهكذا استمرّت الغزوات ـ الصوائف من أجل الحصول على المزيد من مصادر العلوم والثقافة، كان الهدف منها ترجمة هذه الكنوز إلى لغة الضاد للاستعانة بها في تنشيط الحركة العلمية العربية. ومن المترجمين الذين شُهروا في عهد الرشيد يوحنا بن ماسويه، شيخ المترجمين، وكان محل ثقة الخليفة وهو الذي أشار على الرشيد ببناء دار كبيرة للكتب، وهي تلك الدار التي توسّعت وعمرت بعد ذلك لتصبح «دار الحكمة».

وجاء الخليفة المأمون الذي تميّز عصره بأنه عصر تهذيب الترجمات السابقة، وهو ذلك التهذيب الذي ترتّب عليه التحصيل الواعي والاستيعاب الدقيق لجميع الثقافات الأجنبية، كما عُرف أنه عصر الإبداع وبناء الثقافة العربية الإسلامية ووضع أصولها وترتيب مناهجها. ولا شك أنّ الخليفة المأمون انفرد من بين خلفاء بني العباس بأنه كان عالمًا مثقّفًا محبًّا للعلوم مجلًّا للعلماء مخلصًا أشد الإخلاص في مساندة الحركة العلمية والفكرية بالرغم ممّا ووجه به من نقد قاسٍ في مسألة القول بخلق القرآن، وما كان لها من تأثير سيّئ في نفوس الكثير من علماء العصر.

ثم إنّ المأمون أولى دار الكتب التي أسّسها الرشيد عناية أكبر واهتمامًا تامًّا، ورصد لها الأموال الطائلة، وحشد فيها عددًا كبيرًا من العلماء والمترجمين. والذي يدلّ على اهتمامه بتلك الدار وأنه كان يعتبرها القاعدة الأولى للنهوض بالعلم تسميته لها «دار

الحكمة»، ثم اختياره سهل بن هارون قيّمًا عليها ورئيسًا لخزانتها. وكانت هذه الدار في عهده أكاديمية عربية كبيرة للعلوم الحديثة، وقد اعتمد المأمون عدة أساليب لتزويد هذه الدار بمختلف الكتب والمخطوطات الفريدة، وأطلق يده في سخاء شديد في تشجيع الحركة العلمية فلم يكن يضنّ بمال في أي حال.

هذا الاهتمام الزائد والعطف الشديد على العلماء والمترجمين أثار شعور بعض العوائل العربية والفارسية، فراحت هذه الأسر تتنافس في ميدان تشجيع العلماء وترجمة الكتب ونقل نصوص المخطوطات، وفي مقدمة هؤلاء أبناء موسى بن شاكر، محمد وأحمد والحسن، فقد كانت لهم جهود رائعة في الحصول على المخطوطات وترجمتها، ومن العلماء الذين عملوا في النقل والترجمة، وكانوا يكثرون من التردّد على دار الحكمة الفضل بن نوبخت أبو سهل الذي نقل كتبًا من الفارسية إلى العربية ومنها كتاب «الفأل النجومي» و«كتاب المنتحل من أقوال المنجمين»، ويحيى بن البطريق أبو زكريا الذي ترجم كتاب «الحيوان» ولخّص كتاب النفس وكتاب العالم لأرسطو، والحجاج بن مطر الورّاق الكوفي، وقسطا بن لوقا البعلبكي، وعبد المسيح بن ناعمة الحمصي، وحنين بن إسحق، وإسحق بن حنين.

ومن المترجمين الذين اعتمد عليهم المأمون في الرحلة إلى بلاد الروم الحجاج بن مطر ويوحنّا بن ماسويه اللذان نجحا في الحصول على عدد كبير من الكتب والمخطوطات. ويُذكر أنّ المأمون بلغه أنّ بجزيرة صقلية مكتبة حافلة بنوادر الكتب والمخطوطات النفيسة، فأرسل الرسل من بغداد إلى حاكم الجزيرة يطلب منه إرسال ما عنده من كتب، فتلكأ الحاكم في البداية ولم يوافق على طلب الخليفة، ولكنه خاف أن يغزو المأمون الجزيرة، كما كان يفعل في صوائفه من أجل الحصول على الكتب، فكان أن خضع للطلب وأرسل ما طلبه الخليفة إلى بغداد.

ولأنّ المأمون كان شديد الولع بقيام حضارة علمية عربية نشيطة تحت كنفه فقد راح يعيد النظر في الكتب التي ترجمت على عهدي المنصور وهارون الرشيد، فرأى أنّ هذه الترجمات يشوبها بعض النقص ويعتورها الخطأ في الترجمة بسبب التعجيل في النقل وعدم توفّر وسائل الدقة في الترجمة والاعتناء بتحقيق مظان الكتب وأصول المخطوطات التي مسّت الحاجة إلى ترجمتها في ذلك الوقت، فكان أن أمر المأمون بمراجعة جميع الترجمات، وكان هدفه من هذا العمل الدقيق تصحيحها وضبطها وتهذيبها ومراجعتها على أصولها التي وُجدت أخيرًا. وقد أظهرت عملية التدقيق والمراجعة أنّ بعض المترجمين السابقين، من مثل يحيى بن البطريق، كان يتبع في الترجمة طريقة نقل الكلمة اليونانية إلى اللغة العربية

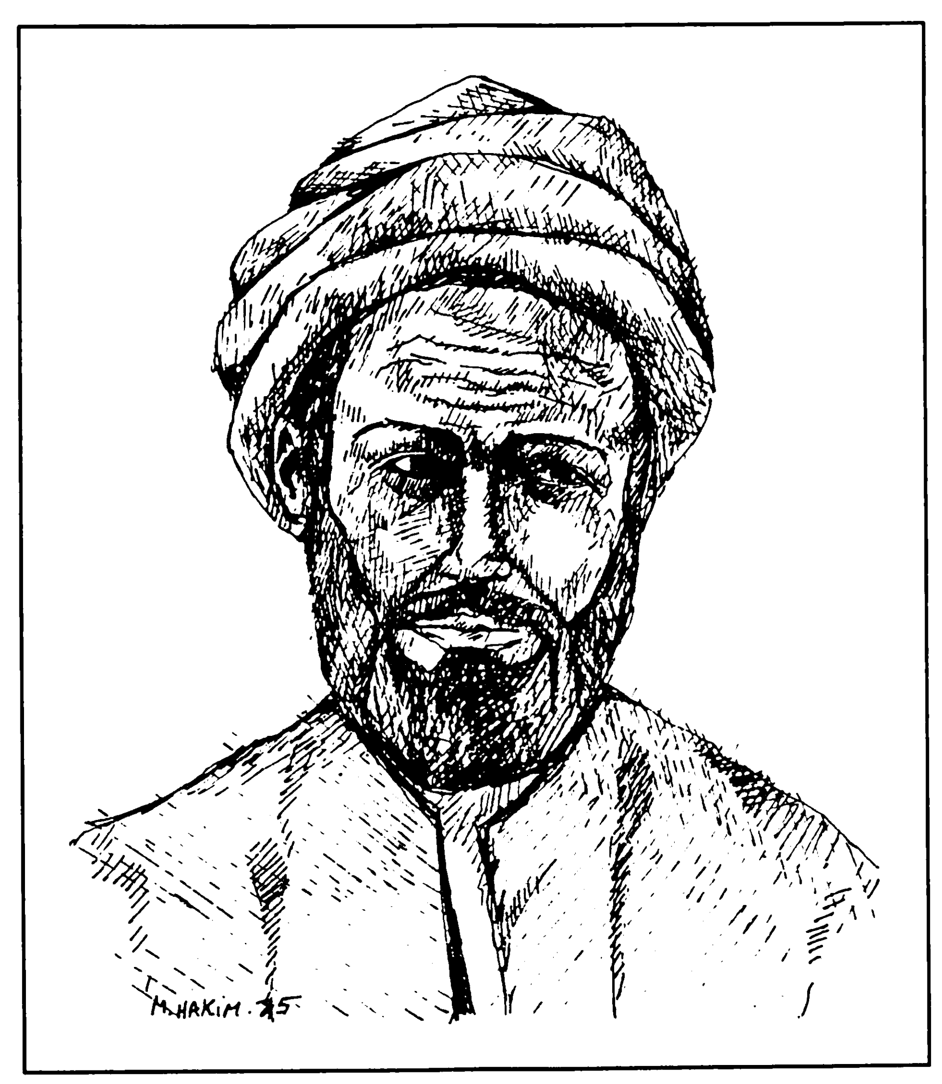
دون مراعاة لأساليب البلاغة والأداء فجاءت ترجماته جافّة يغلب عليها الغموض واللبس على الفهم.

وحبًا منه في مراعاة الأداء والبلاغة العربية فقد أسند المأمون إلى حنين بن إسحق وابنه إسحق مهمة مراجعة المخطوطات والكتب، وكان حنين ذا منزلة في الترجمة، أمّا إسحق فكاد يشارك أباه في المقدرة الفنية ويفضله في تمكّنه من اللغة العربية، ومن أجل هذا كانت ترجمات حنين وإسحق من أفضل الترجمات وأصحّها، وأضحت بعد ذلك المرجع الأمين لجميع علماء العرب، فأقبلوا عليها ينهلون منها ويستوعبون ما فيها، وعندما فرغوا من التحصيل والدراسة بدأوا يبدعون ويبتكرون ويصححون أخطاء السابقين من الأغارقة وغيرهم، ويضيفون إلى العلوم على تنوّعها كل جديد من ابتكارهم وإبداعاتهم.

والملفت أنّ أهم المؤلفات التي نُقلت وروجعت في زمن الخليفة المأمون كانت تواليف في أصول الهندسة والسياسة، وكتب أرسطو في المنطق كالمقولات والعبارة والقياس والجدل والخطابة والكون والفساد، ثم مصنّفاته في النفس والأخلاق والحيوان، ثم كتب أبقراط في الطب، وكتب جالينوس في التشريح والعلاج.

ومن بين هؤلاء المترجمين الذين نجحوا في زمن المأمون ثابت بن قرة الطبيب الحرّاني الذي برع في علوم الفلك والرياضة، وقد عجز كثير من العلماء والمترجمين قبله عن نقل بعض كتب الرياضة والفلك، فلمّا عهد إليه المأمون بذلك اضطلع بترجمة ما عَصِي على غيره، وكان يضارع حنين بن إسحاق في مكانته وقدرته على إتقان الترجمة، غير أنّ الأول اختصّ بإصلاح كتب الفلسفة والمنطق، بينما قام ثابت بإصلاح كتب الفلك والرياضيات ومن بينها كتاب المجسطي لبطليموس وهو المعروف باسم «السنتكس الرياضي» وكتاب أوقليدس (مفتاح الهندسة). كذلك برز قسطا بن لوقا الذي برع في ترجمة كتب الفلسفة والطب والموسيقى والحساب، كما شهر بالإضافة إلى ذلك بأنه كان يتقن اللغة اليونانية ويجيد الكتابة باللغة العربية، وبأنه أيضاً كان طبيبًا حاذقًا ومؤلّفًا شهيرًا، ومن أفضل ما وضعه كتاب في الفرق بين الروح والنفس.

لقد أطلق المؤرخون ودارسو الحضارات على عهد المأمون اسم «العصر الذهبي» في تاريخ الدولة العباسية عمومًا، وفي تاريخ العلوم العربية الإسلامية خصوصًا، إذ ما كاد العلماء العرب يفرغون من ترجمة العلوم، في جميع فروعها، حتى بدأوا التأليف في علوم شتى، فبرزت أسماء كان لها الأثر الكبير في المشرق والمغرب، ومن بين هؤلاء محمد بن موسى الخوارزمي العالم الفلكي الرياضي.



الخوارزمي عن كتاب علماء العرب، نشر ترادكسيم، جنيف ١٩٨٦، رسم.م. حكيم

الخوارزمي العالم، سيرة حياته ومؤلفاته

أبو عبد الله محمد بن موسى، وجرى الطبري[١] على تلقيبه بالقُطربلي، أي الذي عاش، أو خرج، من قُطربل، وهي ناحية غربي دجلة بالقرب من بغداد. والأخبار عن حياته قليلة جدًّا وغير موثوق بها لأنها في كثير من الأحيان لا تُعرّف أهو المقصود بها أم محمد ابن موسى بن شاكر[٢]. ولا يُعلم على وجه التحقيق تاريخ مولده، كما أن تاريخ وفاته غير محقّق، يقول «سوتر» إنه توفي ما بين عامي ٢٢٠ و٢٣٠هـ أمّا كارلو نلّلينو فيجعل تاريخ وفاته بعد عام ٢٣٢هـ «ففي أيام المأمون وضع محمد بن موسى الخوارزمي زيجه المسمّى بالسندهند الصغير، والذي توفي بعد الخليفة الواثق بالله (٢٣٣هـ/٨٤٧م)».

لم تُسعف المصادر العربية بشيء يمكن الاطمئنان إليه عن تاريخ ولادته ـ كما أسلفنا ـ وحياته الأولى، ويكاد يكون هذا عيبًا ملموسًا في أكثر كتب التراجم العربية، ولعلّ السبب في ذلك أنّ المؤرخين منذ ابتداء عصر التدوين لم يعنوا بهذه الناحية، إذ لم تتوافر لهم الوسائل التي تمكّنهم من تتبّع حياة ومعرفة كل شيء عن النشأة الأولى للمؤرَّخ لهم، فابن النديم في الفهرست يقول «الخوارزمي، واسمه محمد بن موسى، وأصله من خوارزم، وكان منقطعًا إلى خزانة الحكمة للمأمون، وهو من أصحاب علوم الهيئة، وكان الناس قبل الرصد وبعده يعوّلون على زيجيه الأول والثاني، ويعرفان بالسندهند، وله من الكتب: كتاب الزيج نسختين أولى وثانية، كتاب الرخامة، كتاب العمل بالأسطرلابات، كتاب عمل الأسطرلاب، كتاب التاريخ»[٣].

ذاك كل ما ذكره ابن النديم عن حياة الخوارزمي، ويستشف من كلامه أنّ ابن موسى كان عالمًا فلكيًا ومؤلّفًا في علوم الفلك، لكنّ الملفت حقًّا أن هذا المؤرخ لم يذكر شيئًا عن مؤلفات الخوارزمي في الجبر والحساب، ويبدو أنه سها فاختلط عليه الأمر، بدليل أنه يتكلّم في فهرسته عن عالم بعد ذكر الخوارزمي هو سند بن علي فينسب إليه كتابًا في الزيادة والنقصان وآخر في الجبر وكتابًا في الحساب، ويرجّح سوتر أنّ نسبة هذه الكتب إلى سند

(١) تاريخ الطبري ج ٣ ص ١٣٦٣.

(٢) انظر ج ١٤ تعليق ١٩ ص ١٥٨، H. Suter, Nachtrâge Zu Abhandt.

(٣) الفهرست ص ٣٨٣.

ابن علي إنّما وردت على وجه الخطإ، والصواب أنها للخوارزمي.

ثمّ إنّ عليّ بن يوسف القفطي في تأريخ الحكماء، وهو مختصر الزوزني المسمّى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء، يتابع ابن النديم في خطئه وينقل عنه دون أن يكلّف نفسه عناء التدقيق والبحث والتمحيص. والعجيب أن القفطي كان يعلم أنّ الخوارزمي ألّف كتبًا في الجبر والحساب، بدليل أنه ذكر بعض العلماء منهم سنان بن الفتح وعبد الله بن الحسن السعدني وأبو الوفا البوزجاني، وأن هؤلاء العلماء الثلاثة قد شرحوا كتاب الخوارزمي في الجبر والمقابلة، وكل ما ذكره في آخر الكلام عليه[١] «كتاب التاريخ كتاب الجبر والمقابلة».

ويقول الدكتور عمر فروخ[٢] في الخوارزمي، مؤسس علم الجبر: «هو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي، أصله من خوارزم أو خُوَيّ جنوب بحيرة خوارزم (آرال) في التركستان، ثم إنّنا لا نكاد نعرف شيئًا من حياته إلّا أنّه كان يعيش في بغداد في أيام الخليفة المأمون (١٩٨ - ٢١٨هـ) منقطعًا إلى خزانة المأمون، ويبدو أنه توفي بعيد سنة ٢٣٢هـ/٨٤٦م».

أمّا قدري طوقان فيجعل سنة وفاته حوالى ٨٥٠م، يقول[٣]: «ظهر الخوارزمي في عصر المأمون، وكان ذا مقام كبير عنده، فأحاطه بضروب من الرعاية والعناية، وولّاه منصب بيت الحكمة، كما جعله على رأس بعثة علمية إلى الأفغان بقصد البحث والتنقيب. أصله من خوارزم، وأقام في بغداد حيث اشتهر وذاع صيته وانتشر اسمه بين الناس. برز في الرياضيات والفلك، وكان له أكبر الأثر في تقدمهما وارتقائهما، فهو أول من استعمل علم الجبر بشكل مستقل عن الحساب وفي قالب منطقي علمي، كما أنه أول من استعمل كلمة «الجبر» للعلم المعروف بهذا الاسم، ومن هنا أخذ الإفرنج هذه الكلمة واستعملوها في لغاتهم Algebra. وكفاه فخرًا أنه أول من ألّف كتابًا في الجبر في علم يُعد من أعظم أوضاع العقل البشري لما يتطلّبه من دقة وإحكام في القياس».

كما يورد ڤاسيلي بارتولد في كتابه «تاريخ الحضارة الإسلامية»[٤]: «وقد عاش في

(١) تاريخ الحكماء، ص ٣٨٦.

(٢) تاريخ العلوم عند العرب، ص ٣٣٠.

(٣) العلوم عند العرب، ص ١٠٤.

(٤) تعريب حمزة طاهر، ألفه بارتولد سنة ١٩١٨.

بغداد من قبل - يعني قبل القرن العاشر الميلادي - عالم يدعى «أبو موسى الخوارزمي»، وقد خلّف كتبًا قيّمة في الحساب والجبر، وظلّ ثقة في أوروبا حتى عصر النهضة، ويكاد يتفق الذين كتبوا عن الخوارزمي من شرقيين وغربيين على أنه كان منقطعًا إلى مكتبة المأمون العباسي، وهو الذي امتد حكمه للخلافة العباسية في عصرها الذهبي من ٨١٣ إلى ٨٣٣م، وهذا الزمن يحدّد على وجه التقريب الوقت الذي اشتغل فيه الخوارزمي بالعلم والتأليف، ولا بد أن يكون وقت نضجه العلمي واكتماله العقلي».

وعن الخوارزمي يقول كارل بروكلمان(١): «وأقدم مؤلف له بأيدينا كتاب في علم الرياضة هو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي - اسمه يظهر في إحدى التراجم اللاتينية في صورة Algoritmi، وهذا الاسم لا يزال حيًّا في لفظ Algoritmus «اللوغاريتم» الذي أصبح علمًا على عملية حسابية معيّنة - الذي عمل في بيت الحكمة في عهد الخليفة المأمون وتوفي بعد سنة ٢٣٢ هـ/٨٤٦م حسبما ذكره نلّلينو.

وحدها موسوعة المعرفة «المعرّبة» انفردت بذكر كنيته، فقد جاء في ذكر الخوارزمي في الجزء الثاني صفحة ٢٥٦: «الخوارزمي هو محمد بن موسى المكنّى بأبي جعفر، نبغ في حدود عام ٢٠٥هـ وعاصر الخليفة العباسي المأمون الذي أدرك فضل هذا العالم العربي واتساع آفاق معرفته، فأغدق عليه النعم وأولاه برعاية عظيمة. ولا يُعرف تاريخ ميلاده على وجه الدقة، وإن كانت هناك رواية تقول إنه ولد عام ٧٨٠م وتوفي عام ٨٥٠م».

ثم إنّ كتاب «صورة الأرض» للخوارزمي الذي اعتنى بنسخه وتصحيحه «هانس ڤون مزيك» وطبع في مدينة ڤيينا بمطبعة أدولف هولز هوزن سنة ١٣٤٥هـ/١٩٢٦م، حمل عنوان [كتاب صورة الأرض من المدن والجبال والبحار والجزائر والأنهار، استخرجه أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي من كتاب جغرافيا الذي ألفه بطلميوس القلوذي].

---

(١) تاريخ الأدب العربي ج ٤ ص ١٦٢.

كتاب صورة الأرض
من المدن والجبال والبحار والجزائر والأنهار
استخرجه أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي
من كتاب جغرافيا الذي ألفه بطليموس القلوذي

وقد اعتنى بنسخه وتصحيحه
هانس فون مژيك

طبع في مدينة ڤينا المحمية
بمطبعة أدولف هولزهوزن
سنة [illegible] ١٩٢٦ م

BIBLIOTHEK
ARABISCHER HISTORIKER
UND GEOGRAPHEN

HERAUSGEGEBEN VON
HANS v. MŽIK

Dritter Band:
DAS KITĀB ṢŪRAT AL-ARḌ
DES ABŪ ĠAʿFAR MUḤAMMAD
IBN MŪSĀ AL-ḪUWĀRIZMĪ
Arabischer Text

MCMXXVI

Otto Harrassowitz · Leipzig

صفحة الغلاف (والصفحة الأخيرة) من كتاب صورة الأرض للخوارزمي

في كل ما تقدّم ندرك أن الخوارزمي ظهر في عصر المأمون، وأنّه عهد إليه ببيت الحكمة، إذ إنه كان أثيرًا عنده مقرّبًا، ونعرف أنه توفي حوالى سنة ٨٤٦م أو ٨٥٠م. وأمّا عصر المأمون فقد امتدّ عشرين عامًا من عمر الدولة العباسية، وفي أيام ازدهارها وقوتها قبل أن يتسرّب إليها الضعف والانقسام، ويصيبها الوهن والانحلال، وقبل أن تسقط بغداد في أيدي التتار. وهذا العصر الذهبي الذي استغرق عشرين عامًا، وإذا كان بعض المؤرخين ذكر سنة وفاته حوالى ٨٤٦م أو ٨٥٠م، فيكون الخوارزمي قد عاش بعد المأمون نحوًا من سبعة عشر عامًا تقريبًا، ولا بدّ أن يكون قد عاصر كلًّا من المعتصم والواثق.

وقد جاء في بعض المصادر أنّ الواثق عندما سمع قصة أصحاب الكهف، وما كان يحيط بها من غموض، أراد أن يقف على كنه هذه القصة، فأوفد محمد بن موسى الخوارزمي المنجّم لعلمه بأنه أقدر من غيره على البحث والكشف عن الحقائق ولأنه عالم فلكي، وعلى دراية بالتاريخ القديم. فبعث به إلى بلاد الروم لينظر إلى أصحاب الرقيم الذين ورد ذكرهم في القرآن الكريم، وكتب الواثق إلى عظيم الروم رسالة يطلب منه فيها توجيه ما

عنده من العلماء العارفين لكي يوقفوا الخوارزمي ومن معه على مكانهم، ويروي هذه القصة ابن خرداذبه في كتابه «المسالك والممالك».

هذه القصة تثبت أن الخوارزمي كان إلى عهد الواثق وأنه أوفده إلى بلاد الروم، ليكشف له عن حقيقة أصحاب الكهف، وقد كان الروم يزعمون أنهم موكلون بحفظ أصحابه. كذلك تثبت هذه القصة اهتمام الواثق بالبحث العلمي ورغبته في إماطة اللثام عن الحقائق التاريخية وخصوصًا تلك التي أشار إليها القرآن الكريم، كذلك تقدم هذه القصة دليلًا على أنّ علماء العرب، وفي مقدمتهم الخوارزمي، كانوا يعتمدون على الطريقة العلمية الحديثة في البحث والتمحيص، فهم يهتمون بالمشاهدة والملاحظة، وتدل أيضًا على أن الخوارزمي كان يشتغل بعلوم أخرى غير الجبر والمقابلة، فقد كان عالمًا فلكيًّا وجغرافيًّا.

إذًا، عاش الخوارزمي في عهد المأمون وكان أحد منجّميه، ولعله اشترك في حساب ميلان الشمس في ذلك العهد، وجرى الخوارزمي على العكوف في مكتبة المأمون للدرس. وقد انصرف إلى دراسة الرياضيات والجغرافية والفلك والتاريخ، وألّف «كتاب التاريخ» الذي ذكره المسعودي من بين مصادره، ولعل الطبري نقل عنه الفقرة التي تتناول حادثة وقعت في عهد المأمون سنة ٢١٠هـ، ويُستدل من كتب الخوارزمي التي كان بعضها هامًّا مبتكرًا على أنه كان عظيم الموهبة حاد الذكاء.

ألّف الخوارزمي كتبه قبل العصر الذي ازدهر فيه النقل عن العلوم اليونانية مع أنه عاصر الحجّاج فترة من حياته، ومن ثمّ فإنّ الخوارزمي اعتمد فيما بلغ إليه من شأو في الجبر على الهند والفرس ومدرسة جنديسابور على وجه الخصوص. أمّا المصادر اليونانية فكانت بالنسبة إليه في مرتبة ثانية، والغالب أن ذلك لم يكن شأنه في الجغرافية والفلك[1].

مؤلّفاته

ألّف الخوارزمي للمأمون موجزًا في علم الفلك الهندي يعرف بالسند هند، وتصحيحًا للوحات بطليموس، ولكنه لم يكتسب شهرة كبيرة إلّا بكتابه في «الجبر» الذي ابتكر تسميته بذلك، وكتابه في الحساب، وقد ترجما إلى اللاتينية في زمن مبكّر وظلّا في أوروبة أساسًا لعلم الحساب حتى عصر النهضة. وله:

- مختصر من حساب الجبر والمقابلة، نشره عن إحدى مخطوطاته «روزن» F.Rosen، وترجمه إلى اللاتينية ترجمة جيدة «كريمونا» Gerhard.V. Cremona عام ١٨٣٨، كما ترجمه ترجمة حرّة (شستر) R.V. chester.

---

(١) انظر موسوعة عباقرة الإسلام ج ٤ ص ١٠٩.

- كتاب الجمع والتفريق Algoritmi de numero Indorum.

- الجداول الفلكية، راجعها مسلمة بن أحمد المجريطي، وترجمها إلى اللاتينية A.V.Bath حوالى سنة ١١٢٠م، ونشرها وشرحها H.Suter بعد أن عمل فيها كل من A. Bjoernbo وR. Besthorn في كوبنهاغن سنة ١٩١٥.

- كتاب صورة الأرض، نشره H.MZik. Bibl. ar. Hist. U. Geogr.III. Leipzig 1926.

- رسم الربع المعمور.

- مختصر السندهند، عن ترجمة محمد بن إبراهيم الفزاري، وعلى هذا الكتاب شرح لمحمد (أحمد) بن مثنّى بن عبد الكريم على طريقة السؤال والجواب لمحمد بن علي بن إسماعيل، ولم يصل إلينا منه إلّا الترجمة العبرية بعنوان: Ta'ame Luhot al- Hw لأبراهام بن عزرا، بودليانا (Mich 835) بارما (Le Rossi 212).

- رسالة في استخراج تاريخ اليهود وأعيادهم، بنكيپور ٧٦/٢٢ رقم ٢٤ (تذكرة النوادر ١٤٨).

ويتحدث المسعودي علي بن الحسين في مروج الذهب عن الخوارزمي، فيقول: ومحد بن موسى الخوارزمي من المؤرخين، ولكن أبا الريحان البيروني يذكر أزياج الخوارزمي، ويتحدث عن مؤلفاته الفلكية، والبيروني متخصص في نقل الثقافات الهندية وفي علوم الفلك، وكان معاصرًا للخوارزمي، وله ثلاثة مؤلفات تعرّض فيها لشرح كتب الخوارزمي.

ويتكلم ابن خلدون في مقدمته، فيقول: وأول من كتب في الجبر أبو عبد الله الخوارزمي.

ويمكن حصر أغلبية مؤلفات الخوارزمي في حقلين متلازمين: الفلك (الهيئة) والرياضيات وما اتصل بهما. ففي الفلك له كتاب الزيج، الأول والثاني، ويُسمى أيضًا السندهند أو زيج الخوارزمي «وكان الناس قبل الرصد وبعده يعوّلون عليه» كما يقول ابن النديم، وكتاب العمل بالأسطرلاب.. أو كتاب عَمَل الأسطرلاب.. في الرياضيات، له «كتاب الجمع والتفريق» أي الجمع والطرح بالأرقام الهندية الحديثة العهد في الثقافة العربية حينذاك، كتاب «الحساب الهندي» وكتاب «الجبر والمقابلة» وهو أشهر كتبه على الإطلاق، ومن أهم كتب الرياضيات في العصور الوسطى.

وله أيضًا في التاريخ «كتاب التاريخ» بالفارسية، وفي الجغرافيا «كتاب صورة الأرض» الذي ذكرناه آنفًا.

وإذا عدنا إلى كتاب الخوارزمي المعنون «زيج السندهند» فسنجده بنسختين:

أ ـ «زيج السندهند الصغير» والذي قام بمراجعته وتعديله العالم الأندلسي مَسْلَمة المجريطي (المتوفى ٣٩٨هـ/١٠٠٧م) حتى يوافق خط زوال مدينة قرطبة، وقام بترجمة هذه النسخة المعدّلة إلى اللاتينية المترجم الشهير «أدلارد باثي» في القرن السادس الهجري/ الثاني عشر الميلادي، ونالت هذه النسخة شهرة واسعة في أوروبا بوصفها أول أثر عربي متأثر بالفلك الهندي عرفه الأوروبيون، وعُرفت باسم «زيج الخوارزمي ـ مسلمة».

وقد فُقدت النسخة العربية للسندهند الصغير بعد ذلك، وما نعرفه عنها اليوم في لغة الضاد يعود إلى إعادة نقلها من اللاتينية إلى العربية.

ب ـ «زيج السندهند الكبير» ونسخته مفقودة هي أيضًا، ونعرف بوجود الكتاب من خلال شرح عليه قام به في القرن العاشر الميلادي الفلكي ابن المثنّى الأندلسي، والذي ضاعت نسخة شرحه أيضًا، ولم يبق منها إلّا ترجمتان: واحدة لاتينية والأخرى عبرية.

ولزيج الخوارزمي أهمية مميّزة في تاريخ الفلك عمومًا وتاريخ الفلك العربي خصوصًا، فهو أول محاولة للجمع بطريقة تجريبية بين نظريات الهنود ونظريات اليونان الفلكية. فمصدره الهندي هو «رسالة السندهند» التي نقلها إلى العربية إبراهيم الفزاري، ومصدره اليوناني هو الجداول المختصرة التي وضعها الفلكي الإسكندراني اليوناني «ثاون» وربّما كتاب «الجداول الميسّرة» لبطليموس، ولكنّه لم يعرف كتاب بطليموس الشهير «المجسطي» ومع ذلك فهو لم يكترث للتوفيق بين هذين المصدرين الهندي واليوناني، وثمة مصدر ثالث أخير هو «زيج الشاه» الفارسي.

وقد وضع العالم الشهير البيروني كتابين ضخمين شرع فيهما جداول الخوارزمي الفلكية وجداول الفلكي حبش الحاسب، والكتابان مفقودان. كما أن العالم الفلكي الأندلسي الزرقاني عندما وضع جداول طليطلة الفلكية أخذ أجزاء من زيج الخوارزمي لقياس خطوط عرض الكواكب.

ثم إنّ الخوارزمي ترك كتابين في عمل الأسطرلاب، أحدهما ما زال محفوظًا حتى اليوم، وهو أقدم مؤلّف عربي محفوظ في هذا الموضوع الذي توسّع فيه العرب كثيرًا بعد ذلك، والرياضيات المستخدمة فيه سهلة جدًّا، وفيه بحث حول عمل «المِزولة» لتحديد أوقات النهار في ساعات زمنية محدّدة وفقًا لموقع الشمس.

إنّ جداول الخوارزمي تُعتبر محاولة أولية في الفلك العربي، وستصبح على درجة من

الأهمية بعدما يتعرّف الفلكيون العرب على ترجمة كتاب بطليموس «المجسطي» الغني بالاستدلالات النظرية والبراهين الهندسية.

والحق أنّ الخوارزمي هو من أوائل علماء العرب الكبار، خصوصًا في الفلك والرياضيات، ويمكن أن يُعتبر مؤسّسًا في أكثر من مجال علمي باللغة العربية إبّان المرحلة الأولى من عصر الترجمة، فقد كان أول من وضع جداول فلكية باللغة العربية، وأول من ألّف في عمل الأسطرلاب، وأول من ألّف كتابًا مستقلاً في علم الجبر يحمل اسم الجبر في عنوانه، وأول من نشر الأرقام الهندية في العربية وانتشرت من ثمّ في العالم أجمع.

إنّ نهضة أوروبة في العلوم الرياضية انطلقت ممّا أخذه عن الخوارزمي رياضيّوها، ولولاه لكانت تأخّرت هذه النهضة، وتأخرت المدنية زمنًا ليس يسيرًا.

أثر الخوارزمي في الشرق والغرب

يقول العلاّمة ابن خلدون: «وممّن جاءوا بعد الخوارزمي من علماء الرياضة أبو كامل الخوجة بن أسلم، ينقل لنا زكريا بن محمد بن محمود القزويني المعاصر لابن القفطي، يقول: إن الخوارزمي كان ممّن ترجم علم الجبر للمسلمين». وأمّا أبو كامل الخوجة الذي يتحدث عنه ابن خلدون فقد عاش هذا العالم الرياضي حوالى سنة ٩٢٥م، وقد ألّف كتابًا في الجبر اقتبس فيه كثيرًا ممّا جاء في كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي. ويلاحظ أنّ أبا كامل قد أشار إلى كتاب الخوارزمي باعتباره مرجعًا هامًّا لمؤلّفه.

وهناك عدد غير قليل من علماء الشرق والغرب ممّن نقلوا عن الخوارزمي وهم الذين ألّفوا في الرياضيات وخصوصًا الجبر، ومن هؤلاء عمر بن إبراهيم الخيام (٤٣٣هـ/١٠٤٥م) وهو المشهور برباعياته في الخمر والتصوّف، ولكنه كان إلى جانب ذلك عالمًا فلكيًّا ورياضيًّا كبيرًا. ثم محمد بن الحسن الكرجي (المتوفى ٥٢٤هـ/١١٢٩م) وكان للخوارزمي فضل عظيم لا يُنكر على علم الحساب في كتبه.

ومن المؤلفين الغربيين الذين جعلوا كتاب الحساب للخوارزمي مرجعًا لهم «ألكسندر دي ڤيلادي» ١٢٢٠م، فقد وضع كتابًا في الحساب بناه على حساب العالم العربي الكبير، ومنهم «يوحنا الهاليڤكسي» ١٢٥٠م، الذي ألّف كتابًا في الحساب اعتمد فيه على كتاب الخوارزمي. ويقال إنّ هذين الكتابين بقيا زمنًا طويلًا يدرّسان في المدارس والجامعات، ومنهما نسخ كثيرة في مكتبات المدارس والجامعات الأوروبية.

مكانته العلمية

كان الخوارزمي عالمًا في الجغرافية بحث في بعض وجوهها بحثًا مستقلًّا لم يُقلّد فيه الإغريق، وكان عالمًا في الفلك سأله الخليفة المأمون أن يُلخّص كتاب السندهند وأن يصلح أزياج بطليموس، كما سأله أيضًا أن يكون في اللجنة التي ألّفها لقياس محيط الأرض. غير أنّ شهرته الحقيقيّة إنّما هي في الرياضيات، وفي الجبر خصوصًا.

إنّ العالم مدين للخوارزمي بعلم الحساب وعلم الجبر، وإذا كان الخوارزمي قد تناول الأرقام والصفر معها من الهنود، فإنّه هو الذي استخدمها للمرة الأولى في العمليات

الحسابية، ودلّ الناس على طريقة استخدامها، ثم دوّن العملية (المسألة) الحسابية تدوينًا أبرز فيه ترتيب الأعداد في مراتب (خانات) معيّنة حتى تبرز الأعداد ويصبح جمع الأرقام بعضها إلى بعض، أو طرحها أو ضربها أو قسمتها، ممكنًا سهلًا. ولا ريب أنّ هذا العمل قام في ذهن الخوارزمي على إدراك واضح للنظام العشري، ذلك لأنّ مراتب الأعداد هي أساس النظام العشري. فالعدد ٥٥٥٥٥ على سبيل المثال مفروض فيه أنه كلّما انتقل الرقم ٥ من مرتبة إلى مرتبة تليها يسارًا ضُرب في عشرة، وكذلك كلما انتقل من مرتبة إلى التي تليها يمينًا قُسِم على عشرة. انظر الرقم ٥ في هذه الأعداد: ١١١١٥، ١١١٥١، ١١٥١١، ١٥١١١، ٥١١١١.

وكما تناول العرب الأرقام من الهنود، والتي نطلق عليها حتى هذا اليوم اسم الأرقام الهندية، فإنّ الخوارزمي هو الذي جعل لهذه الأرقام قيمة باستخدامها في المسائل الحسابية، ولولا الخوارزمي لبقيت الأرقام الهندية، كما كانت عند مبتكريها الهنود، رموزًا مفردة لا قيمة عملية لها. ولأجل ذلك، فعندما تناول الأوروبيون هذه الأرقام من كتب الخوارزمي العربي سمّوها الأرقام العربية، كما أسموها باسمه أيضًا «ألغورسموس»، ثم تبدّل هذا اللفظ كثيرًا أو قليلًا باختلاف الأمم التي استعارته في لغاتها، وشاع في الناس حتى دخل في النثر والشعر. فهذا ابن الياسمين، العالم العربي الأديب، ينشىء أرجوزة مشهورة في علم الجبر يقول فيها:

وكل ما استثنيت في المسائل   صيّره إيجابًا مع المعادل
وبعد ما يجبر فليقابل   بطرح ما نظيره يماثل

وقد أجمع الباحثون المشارقة والمستشرقون على أثر الخوارزمي وفضله في علم الجبر، وابتكار الكثير من بحوثه، كما يرجع إليه الفضل في تعريف الناس بالحساب. وليس أعظم فخرًا من أن يسمّي «سارتون» النصف الأول من القرن الثالث الهجري/ التاسع الميلادي باسم «عصر الخوارزمي» ويعتبره أكبر رياضيي زمنه، وواحدًا من أفضل رياضيي جميع العصور والدهور.

صفحة من كتاب للخوارزمي في الجبر والمقابلة

الخوارزمي والخليفة المأمون

كان إقليم خوارزم من أعظم مراكز الثقافة الإسلامية التي تقوم على الدعوة إلى عودة النفوذ الأدبي الفارسي على الجنس الطوراني، كما كانت عليه الحال قبل أن تنتصر اللغة العربية على اللغة الفارسية في عقر دارها وأن تصير اللغة الرسمية في الحديث والكتابة والتعليم والتصنيف. كما كانت خوارزم سوقًا نافقة للحركة العقلية أكسبها موقعها على نهر جيحون أهمية كبرى.

وفي خوارزم هذه نشأ عالمنا الخوارزمي كما نشأ كثير من العلماء الذين اتصلوا ببيت الحكمة في بغداد زمن الخليفة المأمون، وفيها التقى أبا الريحان البيروني وغيره من العلماء الذين تفانوا في خدمة الثقافة العربية.

في هذه البيئة توافرت للخوارزمي كل الأسباب التي جعلته ينال حظًّا وافرًا من العلوم الرياضية والفلكية، ثم أخذ نجمه بالصعود والسطوع في آفاق العلم، ممّا دفعه إلى التفكير في الانتقال إلى عاصمة الخلافة بغداد، وكان قد أنشىء فيها ـ كما نعلم ـ مجمع علميّ أسمي «بيت الحكمة»، وقد بنى المأمون بالقرب من باب «الشماسية» أحد أبواب دمشق، مرصدًا فلكيًّا، فكان هذا وغيره من الأسباب ما نهض بالخوارزمي ووجّهه شطر بغداد، وإن كان لا يُعرف على سبيل التدقيق متى انتقل إلى عاصمة الخلافة، وإن كانت أسباب انتقاله قد عُرف بعضها:

فبغداد عاصمة الدولة والخلافة، وفيها يقيم الخليفة المأمون، ولا بدّ أن تكون محط أنظار العلماء المبرّزين، وليس يبعد أن يكون الخليفة، وهو الشغوف بحب العلم والعلماء، قد عرف الكثير عن نباهة الخوارزمي وعلوّ قدمه في العلوم الرياضية والفلكية والجغرافية، فأرسل إليه يستقدمه إلى بغداد، لأنه كان يدرك إلى حد بعيد ما للعلم من أثر في حياة الشعوب والجنس البشري كله، ولأنه كان يعلم أنّ عظمة الأمم إنّما تقاس بمقدار عنايتها بالعلم وتشجيع أصحابه والإفساح في المجال أمام العلماء كي يجربوا ويبحثوا ويبتكروا ويخترعوا[١].

(١) الخوارزمي للبرقوقي والتوانسي ص ٩٧.

أمام كل هذا لم يجد الخوارزمي أيسر من الاتصال بهذا الخليفة المحبّ للعلم، وسرعان ما أحاطه بكثير من الرعاية والتكريم والتقدير، فولاّه منصبًا كبيرًا في «بيت الحكمة» ثم أوفده في بعض البعثات العلمية إلى البلاد المجاورة ومنها بلاد الأفغان كما تقدّم في سيرة حياته، وكان الهدف من هذه البعثات القيام بالتحقيقات العلمية، والبحث والدرس، والاتصال بعلماء تلك الأصقاع والبقاع، وزيارة مكتباتها والحصول على أنفس الكتب والمخطوطات.

وممّا يُروى أنّ الواثق عندما سمع قصة أصحاب الكهف وما كان يحيط بها من غموض أراد أن يقف على سر هذه القصة ـ التي ذكرنا في صفحة سابقة ـ فأوفد محمد بن موسى الخوارزمي المنجّم، لعلمه بأنه أقدر من غيره على البحث والكشف عن الحقائق ولأنه عالم بالفلك والأرصاد، وعلى علم بالتاريخ القديم، فبعث به إلى بلاد الروم لينظر إلى أصحاب الرقيم، أي الكتاب، الذين ورد ذكرهم في القرآن الكريم، وكتب الواثق إلى عظيم الروم رسالة يطلب منه فيها توجيه من عنده من العلماء العارفين لكي يوقفوا الخوارزمي ومن معه على مكانهم. يقول ابن خرداذبه في «المسالك والممالك»[1].

«فحدّثني محمد بن موسى أنّ عظيم الروم وجّه معه من صار به إلى قُرّة، ثم سار أربع مراحل، وإذا جُبيل قطر أسفله أقلّ من ألف ذراع وله سرب من وجه الأرض ينفذ إلى الموضع الذي فيه أصحاب الرقيم. قال فبدأنا بصعود الجبل إلى ذروته، فإذا بئر محفورة لها سعة تبينّا الماء في قعرها، ثم نزلنا إلى باب السرب فمشينا فيه مقدار ثلثمائة خطوة، فصرنا إلى الموضع الذي أشرفنا عليه، فإذا رواق في الجبل على أساطين منقورة وفيه عدّة أبيات منها بيت مرتفع العتبة مقدار قامة عليه باب حجر منقور فيه الموتى ورجل موكّل بحفظهم ومعه خصيان روقة، وإذا هو يحيد عن أن نراهم أو نفتّشهم ويزعم أنه لا يأمن أن يصيب من التمس ذلك آفة يريد التمويه ليدوم كسبه بهم. فقلت له: دعني أنظر إليهم وأنت بريء. فصعدت بشمعة غليظة مع غلامي، فنظرت إليهم في مسوح تتفرّك في اليد، وإذا أجسادهم مطليّة بالصبر والمرّ والكافور ليحفظها، وإذا جلودهم لاصقة بعظامهم، غير أني أمررت يدي على صدر أحدهم فوجدت خشونة شعره وقوّة نباته. وأحضر الموكّل بهم طعامًا وسألنا الغداء عنده، فلمّا ذقنا طعامه أنكرنا أنفسنا، فتهوّعنا، وإنّما أراد أن يقتلنا أو يغصّنا فيصحّ له ما كان يدّعيه عند ملك الروم من أنهم أصحاب الرقيم. فقلنا له: إنّما ظننّا أنك تُرينا

(١) المسالك والممالك لابن خرداذبه ص ١٠٦، ١٠٧.

موتى يشبهون الأحياء وليس هؤلاء كذلك».

وهذه القصة تقدّم دليلًا على أن علماء العرب، وفي مقدمتهم الخوارزمي، كانوا يعتمدون على الطريقة العلمية الحديثة في البحث وتقرير الحقائق، فهم يهتمون بالعيان والملاحظة، كما تؤكد اهتمامهم بالتحقيق العلمي عمومًا، وأنهم كانوا يتناولون جميع الأشياء، وكان الهدف من كل ذلك تكوين رأي علمي صحيح عن كل رواية أو مسألة.

وهي تنهض دليلًا أيضًا على أن الخوارزمي كان يشتغل بعلوم أخرى غير الجبر والحساب، فقد كان عالمًا فلكيًا وجغرافيًا، ولا شك أنّ الفترة التي قضاها من حياته في عصر المأمون كانت من الفترات المخصبة، ففيها ظهر نبوغه العلمي ونضجه العقلي، كذلك برزت قدرته على الاستيعاب والاستنباط والتأليف والتصنيف.

العرب وعلم الجبر

يدّعي بعض المؤرخين والباحثين أنّ اليونان عرفوا الجبر قبل العرب، فإذا كان هذا الادّعاء صحيحًا فإنّ اليونانيين كانوا يخلطون بين الجبر وبين الحساب والهندسة. وإذا زعم البعض الآخر أنّ الهنود قد عرفوا الجبر قبل أن يعرفه العرب، فهذا صحيح ولكنهم كانوا يدخلونه في الحساب.

والحقّ أنّ العلماء العرب هم أصحاب الفضل في جعل الجبر علمًا خاصًّا متميّزًا قائمًا بذاته، ولا نعدو الصواب إذا قلنا إنّ العرب نقلوا عن اليونانيين والهنود، كما أننا لا نشك في أنّ هؤلاء وأولئك قد نقلوا عن البابليين والمصريين القدماء، ويتجلّى فضل علماء العرب على هذا العلم في أنه أصبح بابتكاراتهم وبحوثهم علمًا مستقلًا، ما يثبت قدرتهم على الإبداع والابتكار، وممّا يؤسف له أنّ بعض المدّعين المتعصّبين من علماء الغرب، لضعف في نفوسهم، ينكرون على العرب أنهم ابتكروا في الثقافة والتراث الإنساني، ولكن ممّا يبعث الفرح والبهجة في قلوبنا أنّ بعض المنصفين منهم يردّون على زملائهم المتعصّبين. ونذكر من هؤلاء الأعلام «سارتون» الذي يقول: «إنّ العرب لم ينقلوا المصادر اليونانية والسنسكريتية فقط، بل إنّهم قرّبوا بينها، وزادوا ما كان للهنود واليونان من الأفكار خصبًا، فإذا لم يكن معنى هذا هو الإبداع، فليس هناك إبداع في العلوم البتة، والحقيقة أنّ الإبداع العلمي هو جمع الخيوط المتفرقة وحبكها في عقد جديد».

إذًا، وباعتراف الفضلاء في الغرب فإنّ فضل العرب على التراث الإنساني لا يمكن إنكاره، وكان أول من صنّف في علم الجبر، باعتباره علمًا مستقلًا، عالمنا الخوارزمي، فوضع كتابًا أسماه «الجبر والمقابلة»، وبعده جاء الخيام الذي عرّف علم الجبر تعريفًا دقيقًا، فقال: «إنّ فن الجبر والمقابلة من الفنون الرياضية، ويبحث موضوعه في الأرقام المطلقة والكميات المقاسة التي إن كانت معلومة فإنها متعلقة بأشياء معلومة، وبهذا يمكن معرفتها».

إنّ الوظيفة العملية للجبر، استنادًا إلى تعريف الخيام هي اتخاذ العلوم وسيلة للحصول على المجهول ومعرفته، وكان اشتغال العرب بالعلم قائمًا على الرغبة في المزيد من المعرفة، وإماطة اللثام عن الغامض والمبهم من آراء الهنود واليونان، وسبر أغوار جديدة في العلم، ولم يكن البحث العلمي وقفًا على العلماء فقط، فهؤلاء الأدباء العرب قد اقتحموا ميدان العلم،

واشتغلوا به إلى جانب اشتغالهم بالأدب، وهذا ابن الياسمين، العالم العربي الأديب، ينشىء أرجوزة في علم الجبر، جاء فيها:

وكل ما استثنيت في المسائل صيّره إيجابًا مع المعادل
وبعدما يجبر فليقابل بطرح ما نظيره يماثل

وفي الجبر ينشد أحد الشعراء العرب أيضًا:

على ثلاثة يدور الجبر المال والأعداد ثم الجذر
فالمال كل عدد مربع وجذره واحد تلك الأضلع
والعدد المطلق ما لم ينسب للمال أو للجذر فافهم تصب

ويقول ابن المراكشي، العالم المغربي العربي، في تعريف «الجبر والمقابلة»: «الجبر هو الزيادة في كل ناقص، حتى لا ينقص، والمقابلة طرح كل نوع من نظيره، حتى لا يكون في الجبهتين نوعان متجانسان». ويعتمد الجبر على الرموز في التعبير عن القيم العددية على عكس الحساب الذي يعتمد على الأرقام، ولم يكن اليونانيون يعرفون استخدام الرموز في التعبير عن القيم العددية، ومن الثابت أنّ المصريين القدماء قد توصّلوا إلى استخدامها في الجبر بطريقة عملية منظمة، ولا شك أنّ استخدام الرموز كان له الأثر العظيم في تقدّم علوم الرياضة.

على أنّ فضل علماء العرب لم يقتصر على ابتداع الجبر باعتباره علمًا مستقلًا، أو باستخدام الرموز، فقد توصّلوا من طريق ذكائهم الرياضي إلى حلّ معاملات الدرجة الثالثة، وانتفعوا بالجبر في بعض الأعمال الهندسية، كما استندوا إلى الهندسة في حلّ بعض الأعمال الجبرية، فكانوا بذلك طليعة من مهّدوا الطريق للهندسة التحليلية التي تعتبر أساس الرياضيات الحديثة. كما أنّ العرب توصّلوا أيضًا إلى نتائج حاسمة في بحث النظرية ذات الحدّين، وهي التي يمكن بها رفع مقدار جبري ذي حدّين إلى أية قوة معلومة أسّها عدد صحيح موجب.

ثم إنّ علماء العرب ابتكروا قانونًا لإيجاد مجموع الأعداد الطبيعية المرفوع كل منها إلى القوة الرابعة، وابتدعوا طرقًا لإيجاد القيم التقريبية للأعداد والكميات التي لا يمكن استخراج جذرها، واستخدموا طرقًا جبرية لأجل ذلك تؤيّد عبقريتهم ومساهماتهم في علم الجبر.

الخوارزمي وعلم الجبر

لم يكن علم الجبر، على الصورة التي نعرفها اليوم، معروفًا من قبل أن يعرفه العرب، وإن كان بعض المؤرخين الباحثين من الأوروبيين في القرن السابع عشر قد ألمعوا إلى أنّ رياضيي اليونان قد استنبطوا تحليلًا دقيقًا لطبيعة علم الجبر، وأنهم بهذا الكشف قد استطاعوا أن يتغلّبوا على الكثير من المعضلات الرياضية، غير أنّ البحوث المستفيضة التي أجراها كثير من العلماء بعد ذلك أثبتت خطأ هذه الفكرة، وأنّ طرق التحليل التي توصّل إليها اليونانيون كانت مقصورة على التحليل الهندسي والهندسة، وأنّ هؤلاء لم يكونوا على دراية بالتحليل الجبري على الوجه الذي عرفه العرب.

ورغم هذا الإثبات فقد زعموا أنّ رياضيًّا يونانيًّا برز في القرن الرابع الميلادي، وهو العالم الإغريقي «ذيوفانطس» قد وضع مؤلَّفًا في علم العدد، وأنّ هذا المؤلّف يحتوي على ثلاث عشرة مقالة، لم يصل إلى أيدينا منها إلّا الست المقالات الأولى، والذي جاء في هذه المقالات لا يشكّل بالنسبة إلينا صورة مكتملة لعلم الجبر، ولكنه في أي حال يقدّم فكرة عن بعض المسائل الرياضية المتصلة بعلم الجبر.

استنادًا إلى ما تقدّم يزعم أيضًا بعض الباحثين أنّ ذيوفانطس هذا هو واضع علم الجبر اليوناني. ولكنّ الباحث المنعم النظر الثاقب الفكر حينما يعود إلى نصوص كتابه، وما دوّن عليه من شروح وتعليقات بعد ذلك، يجد أنّ كل ما ورد فيه لا يعدو كونه مبادئ أولية كانت متداولة من قبل. وفي هذا يقول علي بن يوسف القفطي(١): «ذيوفانطس اليوناني الإسكندراني، فاضل كامل مشهور في وقته وتصنيفه، وهو صناعة الجبر كتاب مشهور مذكور خُرّج إلى العربية وعليه عمل أهل هذه الصناعة، وإذا تبحّره الناظر رأى بحرًا في هذا النوع».

إذًا، يستشف من كلام القفطي أنّ ذيوفانطس كان عالمًا من علماء مدرسة الإسكندرية، ويلاحظ أنّ الباحثين الأوروبيين قد اهتموا بكتابه اهتمامًا كبيرًا وحاولوا أن يجعلوه مرجعًا مهمًّا في علم الجبر، يدفعهم إلى ذلك عوامل التعصّب التي طغت على الكثيرين منهم. أمّا الحقيقة الناصعة التي لا يتسرّب إليها الشك هي أن أوروبة الحديثة قد

(١) تاريخ الحكماء ص ١٨٤ .

تلقت مبادئ علم الجبر، جليّة واضحة، عن العلماء العرب، وأنّ الترجمات اللاتينية القديمة التي وصلت إليهم ليس فيها ما يروي الظامئ، لأنّ العرب كانوا قد حازوا قصب السبق في جمع كتب الرياضة اليونانية، وبعد أن نقلوها إلى لغتهم ودرسوها دراسة متأنية واعية متعمّقة، ثم دوّنوا عليها الشروح والتعليقات، ابتكروا في هذه العلوم كثيرًا ممّا لم يسبقوا إليه وممّا كان له الأثر العظيم في تقدّم علم العدد. أضف إلى ذلك أنّ الأوروبيين لم يتعرّفوا إلى هندسة أوقليدس، ولا شروح أوقليدس، إلّا من طريق علماء العرب.

وإذا كان العلماء العرب قد جمعوا كتب الرياضة اليونانية فمن أين لليونانيين مصادرهم الرياضية؟ يجيب الأستاذان محمد البرقوقي وأبو الفتوح التوانسي على هذا السؤال بالقول إنه يجب الرجوع إلى حيث كان يعيش قدماء المصريين، ومن أخبارهم الموثوق بها أنهم كانوا على علم تام بالكثير من الرياضيات، وكان، علمهم بها علمًا تطبيقيًا عمليًا، وأقدم كتاب في العلوم الرياضية هو «بردى أحميس» ويرجع تاريخه إلى سنة ١٧٠٠ق.م، وقد قام بترجمته إلى اللغة الألمانية العالم «إيزلنور» وطبع في ليبزغ سنة ١٨٧٧م، وقام «ويليس بدج» بنشر صور لبردى أحميس وقدّم لها. ويحتوي هذا المصدر المصري القديم على معادلات الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد. ومن الحقائق التاريخية الثابتة أنّ فيثاغورس عندما زار مصر وقف على كثير ممّا كان يعرفه المصريون، وقد أوحت إليه هذه المعلومات بالنظرية التي نسبت إليه وتُعرف بنظرية فيثاغورس، والتي منطوقها:

«المربع المنشأ على الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين»[1].

والمصريون كانوا يعرفون برهان هذه النظرية الذي يثبت صحّتها مع أنّنا لم نعثر عليه، وقد طبقت هذه النظرية عمليًا في الهند في بناء المعابد ممّا يدل على أنهم قد عرفوها عن قدماء المصريين.

ولا شك في أنّ البابليين الذين عاصروا قدماء المصريين كانوا يعلمون كثيرًا ممّا وصلوا إليه، ويقال إنه كانت عندهم جداول للمربعات والمكعّبات، ولا تزال هذه الجداول محفوظة في صحف «سنكرة» وهي صحف بابلية مشهورة معاصرة لبردى أحميس، وقد تأثّر كل بلد من هذه البلاد بما كان يجري فيما يجاوره من بلاد الأغارقة فأخذوا العلوم الرياضية عن المصريين.

وقد كان البابليون والأغارقة على اتصال فيما بينهم، كذلك كانت الصين والهند،

---

(١) الخوارزمي العالم الرياضي الفلكي ص ١٠٩.

والذي ينهض دليلًا على ذلك ما كان بينهم من تبادل للمعلومات الهندسية والرياضية، ويمكن القول إنّ ظهور جداول المربعات والمكعبات في بابل، والمتواليات الهندسية وخواص الأعداد في مصر، ونظرية فيثاغورس والحلّ الهندسي لمعادلات الدرجة الثانية، كل هذه المعلومات كانت توطئة لنشأة علم الجبر بمعناه الصحيح.

وهذه المعلومات تثبت أيضًا أنّ علم الجبر كان نتيجة طبيعية لاهتمام الناس في مختلف العصور بمسائل الهندسة وخواص الأعداد، ولا مراء أن الخوارزمي قد انتفع بكل ذلك في تصنيف كتابه الشهير «الجبر والمقابلة».

الصفر عند الخوارزمي

لولا الصفر لما استطاع الناس حلّ المعادلات على اختلاف أنواعها ولما تقدّمت فروع المعرفة وخصوصًا الرياضية منها لتصل إلى ما هي عليه في يومنا، فقد لعب هذا «الصفر» دورًا كبيرًا في عملية الترقيم من طريق استخدامه في النظام العشري وفي المراتب الخالية، بالإضافة إلى فوائده العديدة التي يمكن إحصاؤها، ولذلك فإنّ تاريخ «الصفر» وما ذكر عنه كان موضع اهتمام الباحثين.

ولعلّ أول إشارة إلى مفهوم الصفر كانت تلك التي وردت عند الهنود، وذلك حين احتاجوا إلى كتابة عدد مثل ٣٠٦، فقد كتبوا الرقم ٣ ثم علامة خاصّة أسموها «سونيا» Sunya أو الثقب Kha، ثم الرقم ٦، وقد استخدمت النقطة «٠» كعلامة مميّزة حينًا والدائرة «O» حينًا آخر.

بعد ذلك، وتحديدًا في العام ٦٢٢م استخدم العالم السوري «ساويروس سابوخت» الأرقام الهندية التسعة، بعد أن ألمح إلى وجودها، وذلك حسب قيمتها الوضعية، كما استخدم العلامة المميّزة على نطاق ضيّق بمفهوم الصفر في عملياته الحسابية.

وفي العام ٦٢٨م برز مفهوم الصفر في كتاب الفلكي الهندي «براهما جوبتا» المعروف بـ «السد هانتا» أو «السندهند»، ثم أطلق العرب كلمة الصفر على العلامة المميزة ترجمة للكلمة Sunya الفراغ. وقد تكلّم الخوارزمي في كتاب «الحساب» الذي وضعه عن موقع الصفر في عمليات الطرح مثل ٣٥ ـ ٢٥ = ١٠، فقال: «في عمليات الطرح، إذا لم يكن هناك باقٍ نضع صفرًا ولا نترك المكان خاليًا حتى لا يحدث لبس بين مرتبة الآحاد ومرتبة العشرات». ويقول مستطردًا: «إنّ الصفر يجب أن يكون على يمين الرقم، لأنّ الصفر عن يسار الرقم مثلًا «٠٣» لا يغيّر من قيمته ولا يجعل منه ثلاثين».

إلى هذا استخدم عرب المشرق النقطة ليدلّوا على الصفر، كما استخدم عرب المغرب الدائرة، ولكن لا ينبغي لنا أن نعتبر أنّ هذا التفريق مطلق، فقد وُجد في المصادر أنّ بعض العلماء العرب في المشرق يستخدمون الدائرة للدلالة على الصفر كالعالم بهاء الدين العاملي الذي استعملها في كتابه «الخلاصة» وهو مخطوط محفوظ في المكتبة الخالدية في القدس. وقد استخدم الرمز 8 للدلالة على الخمسة حتى لا يلتبس الأمر بين الخمسة والصفر.

في كتابه «الإسلام والعرب» يقول المؤلف «روم لاندو»: «لم يُجمع العلماء المحدثون على أصل الأرقام العربية، صحيح أنه من المرجّح أن أصل هذه الأرقام هندي ولكنه ليس ثمة ما يمنع أن يكون العرب قد اشتقوها من بعض المصادر الأفلاطونية، كما يقول «كارا دي ڤو» في تراث الإسلام، وأيًا ما كان الأصل الصحيح لتلك الأرقام فقد كان العرب هم الذين جعلوها الأساس لنظام مرن عملي إلى حد بعيد جدًا يمكنه أن يحظى بقبول العالم كله. لقد كانت الخدمة الرئيسية التي أسداها العرب في هذا المجال هي استخدام الصفر استخدامًا عمليًا، وقد دعاه العرب بهذا الاسم الذي يعني الفراغ، ومنه اقتبست لفظة Cifra اللاتينية التي تعني الشيء الذي لا قيمة له والصفر في وقت واحد. وكان العرب قد سلخوا مائتين وخمسين عامًا على أقل تقدير وهم يستعملون الصفر إلى أن أدركت أوروبة، في القرن الثاني عشر الميلادي، بأنّ الفراغ ـ الصفر لم يكن اختراعًا «أحمق» إلى الدرجة التي توهّمها مدّعو العلم الغربيون».

وفي عام ١٢٠٠م، نقل «ليوناردو ڤون بيزا» الأرقام الهندية عن العرب وطريقتهم في الكتابة من اليمين إلى اليسار، كما أخذ عنهم الصفر، وهو يقول في هذا: «تستطيع بوساطة الأرقام الهندية التسعة، إضافة إلى تلك العلامة «o» التي تسمّى الصفر العربي، أن تكتب أي عدد مهما كان». وقد كتب الصفر باللغة اللاتينية Cephirum.

وقد ورد في نص للمستشرقة الألمانية «زيغريد هونكه» ما معناه: إنّ الصفر اللعين بقي سرًا غامضًا يصعب على عامة الناس فهمه، فهو لا يعني شيئًا بمفرده، ولكنه يملك قوة سحرية فيحوّل الواحد الصحيح إلى عشرة أو إلى مائة أو إلى ألف، فالصفر رقم وهو ليس برقم». ويقول بعض الشعراء الألمان في قصيدة:

الأرقام تسعة فاحترس	تنطق كلها دون لبس
ولكن انتبه أيضًا لي	أنا الصفر لا ينطق بي
دائرة مستديرة متكاملة	لي قيمة في المعاملة
إن أضفتني إلى يمين عدد	أصبح عشرة أمثاله
وبي تستطيع الترقيم	فتتضح الأعداد وتستقيم

وكنا ذكرنا في فصل سابق أنّ كلمة صفر تحوّلت في إيطاليا إلى Zefro ثم إلى Zero، وفي فرنسا استخدم الناس كلمة chiffre بمعنى الرقم السرّي، وهي الكلمة التي لا تزال تشير إلى الكتابة السرية إلى يومنا هذا، وفي إنكلترا استخدم الناس كلمة Cipher، وفي ألمانيا استخدموا كلمة Ziffer، ثم سمّي الصفر Nulla Figura أي الشكل الذي لا يمثّل رقمًا. ثم بعد ذلك تطوّرت هذه التسميات فأصبحت Nulla واختصرت إلى Null

المعروفة حديثًا. ثم إنّه لما للصفر من أهمية فقد استخدم لفظه للدلالة على الأرقام التسعة مجتمعة بالرغم من أنّ لكل رقم منها اسمًا خاصًا به، فقيل باللغة الألمانية Ziffern وبالفرنسية Chiffres.

ويُذكر أنَّ من قام بنسخ كتاب الخوارزمي في الحساب[١] سجّل في حواشيه بعض ملاحظات هذه الطريقة: «كل رقم أصله الواحد الصحيح والواحد أصله الصفر.. إنّ... يتمثّل في ذلك الصفر الذي لا نهاية له ولا بداية، وكما لا يمكن للصفر أن يتضاعف أو يقسم، كذلك... لا يزيد ولا ينقص، وكما أنّ الصفر يجعل من الواحد الصحيح عشرة إن وُضع عن يمينه... كذلك فإنّ... يضاعف كل شيء آلاف المرات، والواقع أنه يخلق كل شيء من العدم ويبقيه ويسيّره»[٢].

ولا يسعنا أن نقول في النهاية إلّا أنّ العقل العربي الدقيق في تفكيره، السريع في استيعابه للمسائل والمعادلات، كان أول من عكف على علم الرياضيات الذي صاغه الهنود في قالب شعري ضبابي يكتنفه الغموض لم يكن يفهمه إلّا العباقرة المبرّزون. فالخوارزمي هو أول من طوّر فن الحساب وجعل منه علمًا صالحًا للاستخدام في الحياة اليومية العملية وفي خدمة بقية العلوم بعد أن وسّع فيه ونظمه تنظيمًا دقيقًا، وبذلك صار العرب لا الهنود ولا الأغارقة معلمي الرياضيات في عصر النهضة الحديث الذي شمل أوروبة.

لقد جعل الهنود للترقيم ـ كما أوضحنا ـ علامات مستقلة وأوجدوا الصفر، ولكنّهم فعلوا ذلك في زمن متأخّر، ثم إنهم لم يستفيدوا من الأرقام التي وضعوها ولا من الصفر الذي اخترعوه.

وفي العصر العباسي، في زمن الخوارزمي العالم، أخذ العرب الأرقام والصفر من الهنود وسمّوها الأرقام الهندية واستخدموها في الوجوه التي تستخدم فيها اليوم، وسمّوا الحُسبان بها «الهندي» أو «الحساب الهندي»، ثم عاد الهنود فتعلّموا استخدام الأرقام والصفر من العرب، ثم أخذ الأوروبيون الأرقام والصفر من العرب وسمّوها «الأرقام العربية».

---

(١) ذاك الذي وُجد في دير «سالم».

(٢) راجع: الخوارزمي لزهير الكتبي ص ٤٣.

الخوارزمي
في كتابه الجبر والمقابلة

«الجبر والمقابلة» أشهر وأهم كتب الخوارزمي، والذي يقول في مقدّمته[١]: «قد شجّعني الإمام المأمون أمير المؤمنين... على أن ألّفتُ من حساب الجبر والمقابلة كتابًا مختصرًا حاصرًا للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم، وفي مقاسمتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكري الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه».

ولعلّ ما ورد في هذه الفقرة من مقدمة المؤلف ما يُشعر أنّ هذا الكتاب المنشور باسم «الجبر والمقابلة» إنّما هو اختصار لكتاب أشمل، وقد صنع الخوارزمي هذا المختصر ليكون في متناول الناس في أعمالهم التجارية. ثم إنّ النسخة المختصرة هذه ليست نسخة المؤلّف، وإنّما هي نسخة ترجع إلى التاسع عشر من المحرّم سنة ٧٤٣هـ/١٣٤٢م، أي بعد وفاة الخوارزمي بنحو خمسمائة سنة. وبمقارنة النسخة العربية المطبوعة بالنسخة التي نقلها إلى اللغة اللاتينية روبرت الشستري (Robert of Chester) الراهب البريطاني، وجدنا بينهما اختلافًا بيّنًا:

- إنّ الديباجة المسهبة وسبب التأليف، كما في النسخة العربية، غير واردين في اللاتينية.

- يظهر أن النسخة اللاتينية ترجع إلى أصل عربي كان أوسع من النسخة العربية المتناولة اليوم، وهذا يؤكّد الرأي القائل بأنّ للكتاب نسختين إحداهما مختصرة من الثانية.

- ثم إنّ النسخة اللاتينية تقف عند آخر باب المعاملات وقبل باب المساحة (في منتصف السطر الثالث من أسفل الصفحة ٥٤ من النسخة العربية المطبوعة)، وتلي في الترجمة اللاتينية جملة يجب أن يكون أصلها العربي «والحمد لله الذي لا إله غيره»، ثم جملة لناقل الكتاب إلى اللغة اللاتينية هي «هنا، ينتهي كتاب الجبر والمقابلة في الأعداد و(هو) الذي نقله روبرت الشستري من العربية إلى اللاتينية في مدينة شقوبية (في إسبانيا) في عام ١١٨٣م».

---

(١) كتاب الجبر والمقابلة، المقدمة.

يتضح أنّ المادة المنقولة في الترجمة اللاتينية من كتاب «الجبر والمقابلة» هي أقلّ من نصف المادة الموجودة في النسخة المطبوعة العربية، علمًا بأنّ بعض المؤرخين يميلون إلى القول بأن النسخة العربية المطبوعة نسخة مختصرة. فهل هذا يعني أنّ النسخة العربية التي نقل عنها روبرت الشستري كانت ناقصة؟ وكيف نفسّر إذًا الجملة التي يجب أن تكون في الأصل العربي «والحمد لله الذي لا إلّه غيره» ثم الجملة اللاتينية «هنا ينتهي كتاب الجبر والمقابلة»؟

والسؤال: هل ترك الشستري القسم الأخير من كتاب الجبر والمقابلة لأنه يشتمل على باب الوصايا وهي تتعلّق بأوجه الإرث في الإسلام ولا يُقابلها وصايا مماثلة في أوروبة في العصور الوسطى، ولا حاجة للنصارى إليها في تلك الأصقاع؟ وهل كان للخوارزمي كتابان أحدهما في الجانب النظري من علم الجبر والمقابلة والثاني تطبيق الأول على المواريث في الشريعة الإسلامية، فنقل المترجم الشستري الكتاب الأول ثم جمعت النسخة العربية المتأخرة بين الكتابين؟

ويبقى أنّ العالم مدين للخوارزمي بعلم الحساب وعلم الجبر، وإذا كان عالمنا قد تناول الأرقام والصفر معها من الهنود، فإنّه هو الذي استعملها للمرة الأولى في العمليات (المسائل) الحسابية ودلّ الناس على طريقة استخدامها، ثم دوّن العملية (المسألة) الحسابية تدوينًا أبرز فيه ترتيب الأعداد في مراتب، أي خانات، معيّنة حتى تبرز الأعداد ويصبح جمع الأرقام بعضها إلى بعض، أو ضربها أو طرحها أو قسمتها، يسيرًا.

كما أنّ الصفر أيضًا من الأرقام، وقد أخذه الغربيون عن الخوارزمي باسمه العربي صِفْر، فقال الإنكليز: صايْفر، وقال الألمان: تْسِفّر، وقال الفرنسيون: شيفْر، وقال الإيطاليون: شيفرا، وقال الإسبان: ثيفرا.

وعندما استخدم الخوارزمي الرموز (الحروف) إلى جانب الأرقام منسوقة في مراتبها في المعادلة، ثم جعل المعادلة حدودًا إيجابية وحدودًا سلبية، أضحى الجبر لديه علمًا بالمعنى الذي نفهمه في يومنا. أمّا المصطلحات الجبرية، أي الرموز والتعابير، من مثل: مال، جبر، شيء، عدد مفرد، جذر، معلوم، مجهول، أصمّ، وغير ذلك، فإنّها مذكورة عند الخوارزمي ذكرًا صريحًا وعليها ضُربت الأمثلة. وأمّا فكرة الأسّ (Power نحو س^{٢} (يقال لها أساس، و٢ في س^{٢} يقال لها أس)) خصوصًا فواضحة في مثل جملته «قولك ثلاثة أجذار وأربعة من العدد تعدل مالًا [٣ س + ٤ = س^{٢}]، فبابه أن تُنصّف الأجذار فتكون واحدًا ونصفًا، فاضربها في مثلها فتكون اثنين وربعًا، فزدها على الأربعة فتكون ستة وربعًا، فخُذ

جذرها فهو اثنان ونصف، فزده على نصف الأجذار ـ واحد ونصف ـ فتكون أربعة، وهو جذر المال، والمال كله ستة عشر».

وعرف الخوارزمي الأعداد السلبية وجعلها في المعادلة كالأعداد الإيجابية مضروبة في أعداد إيجابية وفي أعداد سلبية، ومقسومة ومقسومًا عليها، ومجموعة إلى أعداد سلبية، ومطروحة ومطروحًا منها، كما وضع القواعد لذلك. وهو تنبّه أيضًا إلى الكميات التخيُّلية، فقد قال «واعلم، أنك إذا نصّفت الأجذار في هذا الباب وضربتها في مثلها فكان ذلك أقلّ من الدراهم التي مع المال فالمسئلة مستحيلة». وقد علّق محقّقا «الجبر والمقابلة» على ذلك في حاشية ص ٢١ فقالا: «تنبّه الخوارزمي للحالة التي يستحيل فيها إيجاد قيمة حقيقية للمجهول، فقال إنّ المسألة تكون في هذه الحالة مستحيلة، وقد بقي هذا اسمها بين علماء الرياضيات إلى أواخر القرن الثامن عشر عندما بدأ البحث في الكميات التخيّلية على أيدي كسبار فسّل وجان روبير أرجان»[١].

ويضيف العالم كاربنسكي إلى ذلك في الشرح، فيقول: «وهذا يطابق الحالة: ب^{٢} ـ ٤ أ جـ < صفر، في المعادلة أس^{٢} + ب س + جـ = صفر، ففي هذه الواقعة تكون الجذور تخيّلية. وللخوارزمي معادلات لا تزال أمثلةً تصلح للتعليم في مدارسنا حتى اليوم، منها:

المعادلة الأولى: س^{٢} + ١٠س = ٣٩،

الثانية : س^{٢} + ٢١ = ١٠ س،

الثالثة : ٣ س + ٤ = س^{٢}،

الرابعة: س^{٢} + ٩ = ٦ س،

أمّا المعادلة س^{٢} + ١٠ س = ٣٩ فما زالت تضيء كالشهاب في كتب أبي كامل شجاع بن أسلم (ت ٢٦٧هـ) والكرجيّ (ت ٤٢٠هـ) وعمر الخيام (ت ٥١٧هـ)، كما ظهرت مرارًا وتكرارًا في مصنّفات الكتّاب (العلماء) المسيحيين (الأوروبيين) بعد قرون عديدة».

والحال أنّ الجبر، بما هو علم، علم عربي ابتكره الخوارزمي، ولكن ليس بمعنى أن الجبر لم يكن معروفًا عند العرب وغيرهم من الشعوب، بل بمعنى أنّ الخوارزمي جعل منه علمًا منظّمًا. فهو قد خرج بهذا العلم من الحال التي عرفه فيها الهنود والأغارقة، تلك الحال

---

(١) كسبار فسّل Caspar Wessel عالم رياضيات دانماركي (ت ١٨١٨) وجان أرجان Jean R. Argand عالم رياضيات فرنسي (ت ١٨٢٢).

التي لم تكن تزيد على أنّها وجه من أوجه الحلّ في الحساب، من غير اسم لها خصيص بها، إلى المعادلة العامة التي هي رأس المعادلات كلها وأساس علم الجبر. ثم إنه أخرج علم الجبر من نطاق الأمثلة المفردة وجعل منه نظامًا آليًا ذا قواعد مقرّرة ثابتة، فإذا حللت بإحدى قواعده مسئلة حسابية فإنّ جميع المسائل المماثلة لتلك المسئلة تجري مجراها في الحلّ على تلك القاعدة.

على أنه مع تيقُّننا من أنّ العالم العربي الخوارزمي قد جمع في الرياضيات بين العلم الهندي والعلم اليوناني، فإنّ كاجوري يقول(١): «أمّا أن تكون معرفة الخوارزمي بالجبر قد جاءت كلها من المصادر الهندية فذلك مستحيل، لأنّ الهنود لم يكن عندهم قواعد تشبه قواعد الجبر والمقابلة، ولم يكن من عادتهم أن يجعلوا ـ على سبيل المثال ـ جميع الحدود في المعادلة حدودًا إيجابية، كما يفعل في عملية الجبر. وأمّا ذيوفانطوس اليوناني فإنه يذكر قيمتين تشبهان القيمتين الإيجابية والسلبية عند الخوارزمي بعض الشبه. غير أنّ الاحتمال الذي قد يميل بنا إلى أن الخوارزمي قد أخذ جميع معرفته بالجبر من ذيوفانطوس يضعف كثيرًا باعتبارات منها أنّ الخوارزمي قد أدرك الجذرين الإيجابي والسلبي في المعادلة ذات الدرجة الثانية، بينما ذيوفانطوس قد لاحظ واحدًا منهما فقط. ثم إنّ ذيوفانطوس كان في العادة، على خلاف الخوارزمي، يرفض الحلول التخيُّلية، من أجل ذلك يبدو أنّ علم الجبر، كما جاء به الخوارزمي، لم يكن هنديًا خالصًا ولا يونانيًا محضًا».

ومهما يكن من قول فإن عالمنا الخوارزمي إنْ لم يكن مبتكر علم الجبر على سبيل الحصر، فإنّه هو الذي جعل من الجبر علمًا مستقلًا قائمًا بنفسه. هذا، وإنّ المعادلة س^{٢} + ٢١ = ١٠ س المعروفة في تاريخ العلوم الرياضية باسم معادلة الخوارزمي هي أُسّ المعادلة العامة:

س^{٢} - (س - ١٠) س = ١٠ س، إذا كانت س أكثر من عشرة، كما أنّها أساس للوجه الثاني من هذه المعادلة نفسها: س^{٢} + (١٠ - س) س = ١٠ س، إذا كانت س أقل من عشرة. وأمّا إذا كانت س تُساوي عشرة، أو إذا كانت تساوي صفرًا، فإنّها حينذاك تكون حدًّا في وجهي المعادلة كليهما، أي أنّ المعادلة تصحّ حينئذ بافتراض قيمة الجذر س عشرة أو صفرًا، سواء أكانت العلامة بعدَ المال س^{٢} هي العلامة ـ أو +.

عمومًا انصبّت جهود الخوارزمي على حلّ المسائل الحسابية بطريقة جبرية للتسهيل على الناس عندما تعرض لهم هذه المسائل في حياتهم الاقتصادية اليومية، وهو الذي ابتدع

(١) Cajori, A History of Mathematics.N.Y.1924 p103.

حساب الجبر والمقابلة القائم في الأصل على نقل الحدود الجبرية من أحد جانبي المعادلة إلى الجانب الآخر فيها، نحو:

س٢ - ٢ س = ٥ س + ٦،

فإنّها تصبح بالجبر: س٢ = ٥ س + ٢ س + ٦،

ثم تصبح بالمقابلة: س٢ = ٧ س + ٦.

هذا، ولم يقصر الخوارزمي جهده على استخدام الجبر في حلّ المسائل الحسابية فقط، بل استخدمه أيضًا في حلّ مسائل هندسية، فكان أول من أدرك بوضوح إمكان حلّ نظرية هندسية بطريقة تحليليّة، أي بحلّ جبري، وهكذا يكون عالِمُنا قد ارتفع بالجبر إلى مستوى الحلّ الهندسي في تطبيق المعادلة ذات الدرجة الثانية على المسائل الهندسية. وقد مهّدت جهوده في هذا الحقل إلى بدء مرحلة في تاريخ الرياضيّات اتخذت الطريقة التحليلية في أثنائها مكانة كمكانة الطريقة الهندسية التركيبية في حلّ المسائل الهندسية نفسها، ولم تكن طريقة الخوارزمي في ذلك تختلف عن الطريقة التي نستخدمها في يومنا هذا في مناهجنا المدرسية وفي تدريس الرياضيّات.

والواقع أنّ شهرة الخوارزمي لم تقتصر على العالم العربي فقط لكنها انتشرت في أوروبة منذ القرون الوسطى، وقد أصبح اسم الخوارزمي مستخدمًا للدلالة على كتب الحساب التي كان معتمدها الأعداد الهندية. ومن أهم الذين استعملوا هذا الاسم، مع بعض التحريف، باللاتينية «Algorismus» ليوناردو البيزاني، في القرن الثاني عشر الميلادي، وإسكندر فيلاديه، حوالى ١٢٢٠م في قصيدة بعنوان «Garmen de Algorismo»، ثم ساكروبوسكو (حوالى ١٢٥٠م) في كتابه المعنون «الألغوريتموس العالي». وبهذا صار اسم الخوارزمي مستخدمًا بعد ذلك للدلالة على طريقة رياضية في اللغتين الفرنسية والإنجليزية بينما تعني هذه الكلمة بالإسبانية الأعداد «Guarismo».

وكتاب الجبر والمقابلة غنيّ عن التعريف بعد أن صار يدلّ على فرع من الرياضيات له أهميّته، لكنّ الخوارزمي لا يفسّر معنى الجبر والمقابلة بشكل واضح صريح، ولذلك اختلفت الآراء حول الكتاب وصاحبه. فكندز مثلًا يظن أن كلمة الجبر اشتقّت من البابلية وتعني «المعادلة والمقابلة»، ولكننا نجد محمد بن حسين العاملي بهاء الدين في كتابه «خلاصة الحساب» يورد تفسيرًا يعني الجبر بموجبه نقل العدد السلبي إلى الجهة الأخرى من المعادلة ليصبح موجبًا، بينما تعني المقابلة عملية حذف الكميات المتشابهة في جانبي المعادلة - ويسهل علينا فهم هذا الأمر إذا أدركنا أنّ العرب لم يستخدموا الأعداد السلبية، فإذا

وجدت توجب جبر المعادلة التي لم تكن تامّة.

إنّ تأثير كتاب «الجبر والمقابلة» في علوم الرياضيات لدى الغرب كان عظيمًا، ذلك أننا نجد له أثرًا عند روجر باكون (١٢١٤ - ١٢٩٤م) وفينشنسيوس البوفاني (حوالى ١٢٧٥م)، بينما خصّ ليوناردو البيزاني فصلًا من كتاب (Liber abaci) للخوارزمي وعنونه «الجبر والمقابلة» وذلك في العام ١٢٠٢م. وقد ترجم الكتاب فيما بعد إلى الإيطالية، فنجد أثره في القرنين الخامس عشر والسادس عشر، ثم ترجم من بعد إلى الألمانية والإنكليزية، كما نجد تأثيره في أول كتاب طُبع في علم الجبر.

ويكاد نبوغ الخوارزمي ينحصر بوجه خاص في علم الجبر، إذ عمل على فصل هذا العلم من الحساب، ثم ألّف فيه تأليفًا يعدّ مبتكرًا وجديدًا في بابه، فقد كان الجبر قبله مختلطًا بالحساب، ولم يكن معروفًا بهذا الاسم، فانصبّ جهد عالمنا على فصله أولًا من الحساب، وعلى تبويب مسائله تبويبًا علميًّا جديدًا ثانيًا، ولم يكن هذا التبويب لعلم الجبر معروفًا قبل الخوارزمي كذلك تسميته بهذا الاسم - كما أسلفنا -.

والذي لا مراء فيه، كما اتفق جمهور الباحثين والمتخصصين، أن الجبر ثمرة من ثمرات العبقرية العربية والفكر العربي، ويستدل كثير من العلماء على ذلك بأن اسم الخوارزمي كان كلمة من الكلمات المشهورة والمعروفة في المعاجم اللغوية الأوروبية، فالإنجليز مثلًا يستخدمون لفظة «ألجورذم» وهي تحريف لاسم الخوارزمي، ويريدون بها الطريقة الوضعية في حل المسائل، ولا يزال علم الجبر يُعرف في أوروبة إلى اليوم باسم Algebra.

كما يعتبر كتاب «الجبر والمقابلة» الذي صنفه الخوارزمي أول كتاب أُلِّف بطريقة علمية منظمة، فالعلماء بعد الخوارزمي، شرقًا وغربًا، عوّلوا عليه واعتمدوا نهجه واتخذوه مصدرًا لهم في بحوثهم العلمية، واستعاروا منه كثيرًا من المسائل وطرق حلّ المعادلات الجبرية.

كتاب «الجبر والمقابلة»

إنّ إنعام النظر في كتاب «الجبر والمقابلة» قد يوهم أنّ أقسام الكتاب لا رابط يجمع بينها، بالإضافة إلى أن كلمة «ألّفت» التي ترد في عبارة المؤلّف «على أن ألّفت في كتاب الجبر والمقابلة كتابًا مختصرًا» قد لا تدع مجالاً للشك في أنّ هذا الكتاب مستخرج من مصادر شتى، كما أنّ أكثر الترجمات اللاتينية لا تحتوي المقدمة ولا القسمين المخصّصين للهندسة والوصايا، لظنّ أصحاب الترجمات أنّ هذه الأقسام لا صلة لها بكتاب اختصّ بعلم الجبر.

لا يذكر الخوارزمي شيئًا عن مصادر كتابه التي استقى منها، كما أنه لا يُحدّد جهده الشخصي في تأليفه، ولكننا نستطيع أن نؤكّد أولاً أنّ باب الوصايا باب عربي أصيل، وأنّ كتاب عالمنا ليس كتاب جبر بالمعنى الحديث، وأنه قبل كل مدخل إلى الحساب العملي يتسع للأمثلة العملية الكثيرة: «إلى أن ألّفت من كتاب الجبر والمقابلة مختصرًا للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكري الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه».

وقد سبق وذكرنا أن الخوارزمي لا يحدّد صراحة معنى العمليتين الحسابيتين اللتين يدل عليهما «الجبر والمقابلة»، لكن لا مجال للقول، كما ادعى كثيرون، إنّ الخوارزمي لم يشر إلى معنى «الجبر والمقابلة». إنّ هاتين الكلمتين تردان أولاً مع أنواع الأعداد التي يستخدمها الخوارزمي: «ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب وهي جذور وأموال وعدد مفرد». وفي نهاية القسم المخصّص لتحديد المعاملات الست الأساسية يقول الخوارزمي: «ووجدنا كل ما يُعمل به من حساب الجبر والمقابلة لابدّ أن يخرجك إلى أحد الأبواب الستة التي وضعت في كتابي».

عند مبتدإ قسم «المسائل الست» في كتابه، يذكر الخوارزمي أنّ «مالاً يعدل أربعين شيئًا (جذرًا) إلّا أربعة أموال، فاجبرها بالأربعة الأموال وزدها على المال» فإذا سجّلنا كل ذلك من طريق الرياضيات الحديثة كانت لدينا المعادلة الأولى:

$$س^{٢} = ٤٠ س - ٤ س^{٢}$$

والتي تصبح بعد عملية الجبر: $٥ س^{٢} = ٤٠ س$

وهذا نص آخر يبيّن معنى عمليات حسابية ثلاث وهي الجبر والمقابلة والرد؛ «والمسألة الخامسة: عشرة قسمتها قسمين، ثم ضربت كل قسم في نفسه وجمعتهما وكانا ٥٨ درهمًا. قياسه أن تجعل أحد القسمين شيئًا (أي جذرًا) والآخر عشرة الأشياء، فاضرب عشرة الأشياء في مثلها فيكون ذلك مائة ومالًا إلّا عشرين شيئًا، ثم تضرب شيئًا في شيء فيكون مالًا، ثم تجمعهما فيكون ذلك مائة ومالين إلّا عشرين شيئًا تعدل ثمانية وخمسين درهمًا، فاجبر المائة والمالين بالعشرين الشيء الناقصة، وزدها على الثمانية والخمسين، فيكون مائة ومالين تعدل ٥٨ درهمًا وعشرين شيئًا، فاردد ذلك إلى مال واحد وهو أن تأخذ نصف ما معك فيكون خمسين درهمًا ومالًا تعدل تسعة وعشرين درهمًا وعشرة أشياء، فقابل به، وذلك أنك تلقي من الخمسين تسعة وعشرين فيبقى أحد وعشرون ومال تعدل عشرة أشياء».

إنّ المعادلة في الأساس هي: $س^٢ + (١٠ - س)^٢ = ٥٨$

التي تصبح: $٢ س^٢ - ٢٠ س + ١٠٠ = ٥٨$

فعملية الجبر تقوم بنقل العدد السلبي إلى الجانب الثاني ليصبح عددًا موجبًا:

$$٢ س^٢ + ١٠٠ = ٢٠ س + ٥٨$$

ثم تلي عملية الردّ، أي الردّ إلى مال واحد:

$$س^٢ + ٥٠ = ١٠ س + ٢٩$$

وأخيرًا ترد عملية المقابلة التي تقوم على حذف الكميات المتشابهة، فتصبح المعادلة:

$$س^٢ + ٢١ = ١٠ س$$

وهناك عملية رابعة تُعرف بـ «الإكمال» أو «الإتمام»، وهي تقوم على إبعاد الكسور بوساطة الضرب:

$$\frac{س^٢}{١٢} = س + ٢٤$$

فتصبح: $س^٢ = ١٢ س + ٢٨٨$

تقسيم كتاب «الجبر والمقابلة»

أورد روسكا (J.Ruska) تقسيم الكتاب كما يلي: المقدمة (ص ١٥ - ١٦).

القسم الأول: (دون عنوان) (١٦ - ٥٤)، وهو يتضمّن النظام العشري وأنواع الأعداد وعرضًا للمعادلات الست من الدرجة الأولى والثانية، مع طريقة حلّها هندسيًّا. ثم

تلي أبواب الضرب والجمع والنقصان والقسم وفصل «المسائل الست»، ثم باب المسائل المختلفة وباب المعاملات.

القسم الثاني: باب المساحة (٥٤ ـ ٧٦)، ويحتوي على عدد من التعريفات الهندسية وتعيين خصائص بعض الأشكال الهندسية.

القسم الثالث: كتاب الوصايا (٧٦ ـ ١٠٦)، وهو ينقسم إلى أبواب عدّة: باب العين والدين، باب آخر من الوصايا، باب آخر من الوصايا، وجه آخر من الوصايا (عدة أبواب)، باب الوصية بالدرهم، باب التكملة، حساب الدور وفيه باب في التزويج في المرض، باب العتق في المرض، ثم باب العقر في الدور، وباب السلم في المرض (السلم معناه دفع المال سلفًا).

ويبدو من تقسيم الكتاب أنّ الخوارزمي يجمع في كتابه الواحد علم الجبر والمساحة ثم معاملات الشراء والبيع وقضايا الوراثة. والأمر على وضوحه ليس مستغربًا، لأنّ أسس الرياضيات عند العلماء العرب عملية، وهي تقدّم بنوع خاص معالجة قضايا الوراثة. ويمكننا التحقّق من ذلك حين نعلم أنّ علماء آخرين عالجوا مسائل ومواضيع الخوارزمي نفسها، ولعلّ الدينوري يظهر في الطليعة، وهو مؤرخ رياضي فلكي (ت ٨٩٥م) ألّف كتبًا عديدة منها، كما ورد في فهرست ابن النديم: حساب الهند، الجمع والتفريق، الجبر والمقابلة، نوادر الجبر، الوصايا، وحساب الدور. وهناك شجاع بن أسلم الذي نُسب إليه كتاب في الوصايا بالجبر والمقابلة، وسنان بن فتح، الذي صنّف كتابًا في الوصايا، وعبد القاهر بن إبراهيم الظاهر البغدادي، الذي وضع كتبًا يحمل أحدها عنوان «كتاب التكملة»، وهو توسيع للفصل الذي ورد بهذا العنوان في كتاب الخوارزمي.

على أنّ هنالك مسألة أخرى عظيمة الأهمية شغلت الباحثين وهي التي تتعلّق بالمصادر التي من الممكن أن يكون الخوارزمي استقى منها مادة كتابه «الجبر والمقابلة» تسم الكتاب بشخصيته. فالآراء بالنسبة إلى مسألة مصادر الخوارزمي تنقسم إلى وجهين، أحدهما يمثّل البعض من مثل كوليبروكِه (١٨١٧) وروزين (١٨٣١) القائل إنّ الخوارزمي تأثرّ بالرياضيات الهندية، وخصوصًا الجبر منها، بينما الوجه الآخر يقول إنّ الخوارزمي تأثّر بـ«ذيوفانطوس» اليوناني واضع الجبر، كما يذكر «سيديللو». بينما نرى علماء القرن التاسع عشر، من مثل «روديه» ينحو إلى جعل المصادر الهندية هي الأساس، أمّا «روسكا» الذي أشبع هذه المسألة درسًا وتمحيصًا، فقد انتهى إلى القول إنّ المصادر المتاحة لا تُسعف بالوقوف على الحقيقة، إذ نجد الخوارزمي يكتب فيما يُدنيه من الجبر اليوناني والجبر الهندي في آن معًا.

وهنا لا بدّ من تحديد معنى بعض الكلمات المفاتيح الواردة عند الخوارزمي في «الجبر والمقابلة». نحن نعلم أنّ حساب المواريث عند المسلمين، والمعاملات التي تقتضيها الحياة العملية في التجارة والجزية والمساحة كانت المصدر الأساسي للكتاب، وهي الموضوع الأس له، ولهذا لا يمكننا أن نعتبر معادلات الدرجة الثانية، والتي جرت العادة على وضعها في واجهة الكتاب، إلّا كملحق له طابع علمي، أو كمحاولة للانتقال إلى الرياضيات النظرية البحتة. فإذا كان هدف الكتاب عمليًا في الأساس، اتضح لنا سبب استخدام كلمة (مال) التي ترد في كل القضايا، ولا تعني إلّا قيمة من المال، أو إرثًا، أو قيمة سلعة، أو رأس مال. وهذه الكلمة ترد مرارًا وتكرارًا وحسب المعاني التي أوردناها في القرآن، حيث نجد كلمة (مال) وجمعها أموال، وعبارات مثل (أولاد وأموال) (بأموالهم وبأنفسهم) (ورؤس أموال)، كما ترد هذه الكلمة أيضًا في القضايا المتعلقة بالوراثة.

والخوارزمي يستخدم كلمة «شيء» وهي أعم من «مال»! فما الذي دفعه إلى استعمال كلمة شيء للدلالة على المجهول؟ قد اتضح لنا الأمر إذا لاحظنا أن القرآن الكريم يورد هذه الكلمة بمعنى المال: ﴿**فأوفوا الكيل والميزان ولا تبخسوا الناس أشياءهم**﴾. ثم إنّ هذه الكلمة تعني في استعمالات شتى لا (الشيء) على الإطلاق لكن (الشيء غير المحدّد)، كما هو الأمر في: «شيء من علمه» «شيء من المال أو من الخوف» وبالتالي تدل كلمة شيء في المعاملات الرياضية على عدد أو قيمة مُغفلين.

وبانتقالنا إلى معادلات الدرجة الثانية نجد كلمة جديدة هي «جذر»، وهذه الكلمة يتحدّد معناها من طريق علاقتها بالمال، ويمكن التعبير عن هذه العلاقة إذا استخدمنا الرموز الجبرية الحديثة على هذا الوجه: س^{٢} = ص.ص أو س = $\sqrt{\text{ص.ص}}$، فالجذر هو الجذر المربع ($\sqrt{\ }$) لعدد ما.

ولنعد إلى كلمة (مال)، فـ«رودين» يترجمها بكلمة مربع، ويخالفه «روسكا» الرأي، إذ يعتبر أنّ هذه الترجمة مأخوذة عن الجبر الحديث، وأنها بالتالي بعيدة عن المفهوم العربي الذي تعني بموجبه عددًا أو قيمةً. ويرى «روسكا» أن العرب أخذوا الجذر عن الهنود، كما أنه يستبعد أن يكون الخوارزمي قد عرف جبر «ذيوفانطس» وأن تكون كلمة (مال) ترجمة للكلمة اليونانية «ديناميس» التي ترجمت لاحقًا إلى (قوة) أو Power, Puissance. ثم إنّ كلمة (مال) بمعنى عددٍ أو قيمة هي أقرب إلى الواقع العملي الذي يقوم عليه كتاب «الجبر والمقابلة» منها إليه إذا أُخذت بمعنى (قوة) المجرد.

القسم الأول من «الجبر والمقابلة»

أولًا: النظام العشري

(ص ١٦٠)، ولنبدأ بالنص الوحيد المختصر الذي عرض الخوارزمي فيه رأيه في الأعداد ونظامها. يقول: «وإني لمّا نظرت فيما يحتاج إليه الناس من الحساب، وجدت جميع ذلك عددًا ووجدت جميع الأعداد إنما تركّبت من الواحد والواحد داخل في جميع الأعداد. ووجدت جميع ما يلفظ به من الأعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة يخرج مخرج الواحد، ثم تثنى العشرة وتثلث كما فعل بالواحد فتكون منها العشرون والثلاثون إلى تمام المائة، ثم تثنى المائة وتثلث كما فعل بالواحد وبالعشرة إلى الألف، ثم كذلك تردد الألف عند كل عقد غاية المدرك من العدد».

إنّ في النص المخصّص لمفهوم الواحد الوارد أعلاه ما لا يمتّ إلى الفيثاغوريين بصلة، ولو على وجه التقريب، فنحن لا نرى ما يعدو مستوى علم الحساب الابتدائي. إنّ الخوارزمي كما يبدو يبيّن فيه باختصار تركيب الأعداد، فيميّز بين الأعداد الأساسية، وهي العشرة الأولى، وبين الأعداد ـ العقود ـ الحدود وهي المائة والألف، وهكذا لا نحتاج إلّا إلى اثنتي عشرة كلمة للتعبير عن الأعداد إلى ما لا نهاية له. أمّا كلمة (عقد) فتعني الأعداد ـ الحدود ـ أو الأعداد ـ المفاصل ـ مثل ١٠، ٢٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ١٠١٠.. وهكذا.

ثانيًا: المعادلات الست

يحدّد الخوارزمي الحدود الثلاثة التي تدخل في المعادلات قبل علاجها، إذ يقول (١٦ ـ ١٧ من المقدمة): «.. ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب، وهي أجذار وأموال وعدد مفرد لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال. فالجذر منها كل شيء مضروب في نفسه من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور، والمال كل ما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه. والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال، فمن هذه الضروب الثلاثة ما يعدل بعضها بعضًا، وهو كقولك أموال تعدل جذورًا وأموال تعدل عددًا وجذور تعدل عددًا».

عن المال نعبّر بالرمز $س^٢$، وعن الجذر س، أمّا العدد فهو أي عدد كان. وإذا ما حاولنا تركيب هذه الحدود الثلاثة تركيبًا أوليًا، إذ يجتمع من الحدود الثلاثة حدّان فقط في كل مرة حصلنا على ثلاث تركيبات ممكنة، وهي بالرموز الحديثة:

$$١ س^٢ = ب س،\quad ١ س^٢ = حـ،\quad ب س = حـ$$

هذه المعادلات هي من الدرجة الأولى، والخوارزمي يشرحها بأمثلة عادية لا يدع فيها

مركزًا للأعداد السلبية. وهنا نص من النوع الأول من معادلات الدرجة الأولى مع طريقة حلّه: (ص ١٧).

«فأمّا الأموال التي تعدل الجذور، فمثل قولك مال يعدل خمسة والمال خمسة وعشرون وهو خمسة أجذاره. وكقولك ثلث مال يعدل أربعة أجذار، فالمال كله يعدل اثني عشر جذرًا وهو مائة وأربعة وأربعون وجذره اثنا عشر. ومثل قولك خمسة أموال تعدل عشرة أجذار، فالمال الواحد يعدل جذرين وجذر المال اثنان والمال أربعة، وكذلك ما كثر من الأموال أو قلّ يُردّ إلى مال واحد، وكذلك يُفعل بما عادلها من الأجذار يُرد إلى ما يُرد إليه المال».

وحسب الرموز الجبرية فإنّ شكل هذه المعادلات هو على هذا الوجه:

[١] س^{٢} = ٥ س   س = ٥   س^{٢} = ٢٥

[٢] $\frac{١}{٣}$س^{٢} = ٤ س   س^{٢} = ١٢ س   س = ١٢   س^{٢} = ١٤٤

[٣] ٥ س^{٢} = ١٠ س   س^{٢} = ٢ س   س = ٢   س^{٢} = ٤

ويجب التنبّه إلى عملية «الردّ» التي تقوم بإعادة المال، قلّ أو كثر، إلى مال واحد.

وقد سبق القول إنّ عملية جعل المال الذي ينقص عن الواحد واحدًا يدل عليها الخوارزمي بـ «الإتمام» أو «الإكمال»، ثم يحدّد الخوارزمي النوع الثاني من معادلات الدرجة الأولى، الذي يعدل فيه الأموال العدد، ويقدّم طريقة حلّها: (ص ١٨)[١].

«أمّا الأموال التي تعدل العدد، فمثل قولك مال يعدل تسعة فهو المال وجذره ثلاثة، وكقولك خمسة أموال تعدل ثمانين، فالمال الواحد خمس الثمانين وهو ستة عشر. وكقولك نصف مال يعدل ثمانية عشر، فالمال يعدل ستة وثلاثين وجذره ستة، وكذلك جميع الأموال زائدها وناقصها تُرد إلى مال واحد، وإن كانت أقل من مال زيد عليها حتى تكمل مالًا تمامًا». وهي بالرموز الجبرية:

س^{٢} = ٩   س = ٣

٥ س^{٢} = ٨٠   س^{٢} = ١٦   س = ٤

$\frac{١}{٢}$س^{٢} = ١٨   س = ٣٦   س = ٦

---

(١) الأرقام داخل الأهلّة هي أرقام صفحات الأصل من «الجبر والمقابلة».

ثم إنّ النوع الثالث من معادلات الدرجة الأولى يقوم على أن يعدل الجذر عددًا: (ص ١٨) «وأمّا الجذور التي تعدل عددًا، فكقولك جذر يعدل ثلاثة من العدد، فالجذر ثلاثة والمال الذي يكون منه تسعة. وكقولك أربعة أجذار تعدل عشرين، فالجذر الواحد يعدل خمسة والمال الذي يكون منه خمسة وعشرون. وكقولك نصف جذر يعدل عشرة، فالجذر يعدل عشرين، والمال الذي يكون منه أربعمائة». وبالرمز الجبري:

$$س = ٣ \qquad س^٢ = ٩$$

$$٤ س = ٢٠ \qquad س = ٥ \qquad س^٢ = ٢٥$$

$$\frac{١}{٢} س = ١٠ \qquad س = ٢٠ \qquad س^٢ = ٤٠٠$$

ثم عن المعادلات من الدرجة الثانية: (ص ١٨)

«ووجدت هذه الضروب الثلاثة، التي هي الجذور والأموال والعدد، تقترن فيكون منها ثلاثة أجناس مقترنة وهي أموال وجذور تعدل عددًا، وأموال وعدد تعدل جذورًا، وجذور وعدد تعدل أموالًا».

ولهذه المعادلات عند الخوارزمي ثلاثة أنواع تمامًا كما لمعادلات الدرجة الأولى. فالنوع الأول: (١٨ - ١٩) «فأمّا الأموال والجذور التي تعدل العدد، فمثل قولك: مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهمًا ومعناه، أي مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين. فبابه أن تنصف الأجذار، وهي في هذه المسألة خمسة، فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين، فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف الأجذار، هو خمسة، فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريد والمال تسعة».

فإذا وضعنا هذه المعادلة بالرموز الجبرية، حصلنا على:

$$س^٢ + ١٠ = ٣٩$$

$$\text{الحل: } س = \sqrt{\left(\frac{١٠}{٢}\right)^٢ + ٣٩} - \left(\frac{١٠}{٢}\right)$$

$$= \sqrt{٦٤} - ٥ = ٨ - ٥ = ٣.$$

ونحن نرى أنّ هذه الطريقة تختلف عن الطريقة الحديثة، فإذا عبّرنا عن المعادلة، استنادًا إلى الشكل العام، نحصل على:

$$أ\ س^{٢} + ب\ س - حـ = ٠$$

ويكون الجذر:

$$س = \frac{- ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤\ أ\ حـ}}{٢\ أ}$$

وإذا طبّقنا هذا الدستور على معادلتنا نحصل على:

$$س = \frac{- ١٠ \pm \sqrt{١٠^{٢} - (٤ \times - ٣٩)}}{٢} = \frac{- ١٠ \pm \sqrt{٢٥٦}}{٢}$$

$$س = \frac{- ١٠ \pm ١٦}{٢}$$

ويكون لدينا جذران الواحد موجب وهو: س = ٣، والثاني سالب وهو س = - ١٣. وهذا مثل آخر على النوع الأول من هذه المعادلات: (ص ١٩).

«.. وهو نحو قولك مالان وعشرة أجذاره تعدل ثمانية وأربعين درهمًا ومعناه أي مالين إذا جُمعا وزيد عليهما مثل عشرة أجذار أحدهما بلغ ذلك ثمانية وأربعين درهمًا، فينبغي أن تردّ المالين إلى مال واحد، وقد علمت أنّ مالًا من مالين نصفهما، فاردد كل شيء في المسألة إلى نصفه، فكأنه مال وخمسة أجذار يعدل أربعة وعشرين درهمًا. ومعناه أي مال إذا زدت عليه خمسة أجذاره بلغ ذلك أربعة وعشرين. فنصّف الأجذار فتكون اثنين ونصفًا، فاضربها في مثلها فتكون ستة وربعًا، فزدها على الأربعة والعشرين فتكون ثلاثين درهمًا وربعًا، فخذ جذرها وهو خمسة ونصف فأنقص منها نصف الأجذار وهو اثنان ونصف، يبقى ثلاثة وهو جذر المال والمال تسعة».

وهي بالرموز الجبرية: $٢\ س^{٢} + ١٠\ س = ٤٨$

تردّ إلى واحد : $س^{٢} + ٥\ س = ٢٤$

$$س = \sqrt{\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} + ٢٤} - \frac{٥}{٢} = \left(\frac{١١}{٢}\right) - \frac{٥}{٢} = ٣$$

يكتفي الخوارزمي هنا بجذر واحد، ولكنّنا إذا حللنا هذه المعادلة على الطريقة الحديثة حصلنا إلى جانب الجذر الموجب الذي حصل عليه الخوارزمي على جذر آخر سلبي قيمته - ٨.

أمّا في النوع الثاني من معادلات الدرجة الثانية فالأموال والعدد تتعادل مع الجذور. وهنا يورد الخوارزمي نصّ المثل الأول في هذا النوع، يقول: (ص ٢٠).

«أمّا الأموال والعدد التي تعدل الجذور فنحو قولك مال واحد وعشرون من العدد يعدل عشرة أجذاره ومعناه أي مال إذا زدت عليه واحدًا وعشرين درهمًا كان ما اجتمع مثل عشرة أجذار ذلك المال، فبابه أن تنصّف الأجذار فتكون خمسة، فاضربها في مثلها تكون خمسة وعشرين، وأنقص منها الواحد والعشرين التي ذكر أنها مع المال، فيبقى أربعة، وخذ جذرها وهو اثنان، فأنقصه من نصف الأجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريده والمال تسعة، وإن شئت فزد الجذر على نصف الأجذار فتكون سبعة وهو جذر المال الذي تريده والمال تسعة وأربعون، فإذا وردت عليك مسألة تخرجك إلى هذا الباب فامتحن صوابها بالزيادة، فإن لم يكن فهي بالنقصان لا محالة. وهذا الباب يعمل بالزيادة والنقصان جميعًا، وليس ذلك في غيره من الأبواب الثلاثة التي يحتاج فيها إلى تنصيف الأجذار».

$$س^{٢} + ٢١ = ١٠ \, س$$

$$س = \frac{١٠}{٢} \pm \sqrt{\left(\frac{١٠}{٢}\right)^{٢} - ٢١} = ٥ \pm ٢ = ٧ \text{ أو } ٣$$

وهما جذران استخلصهما الخوارزمي من هذه المعادلة لأنهما عددان موجبان.

وإلى الحالة التي يستحيل فيها إيجاد قيمة حقيقية للمجهول، نبّه الخوارزمي قائلًا: (ص ٢١) «واعلم أنك إذا نصّفت الأجذار في هذا الباب وضربتها في مثلها فكان مبلغ أقل من الدراهم التي مع المال فالمسألة مستحيلة».

هنا السبب جليّ، لأنّ العدد الذي يجب أن نجد جذره يكون عددًا سلبيًا، كما يتضح من المعادلة الأخيرة، حيث العدد في $\sqrt{\left(\frac{١٠}{٢}\right)^{٢} - ٢١}$ هو موجب. وفي هذا يتفق الخوارزمي مع رموز الجبر الحديث الذي يفترض الشرط نفسه لتكون للمعادلة المذكورة جذور.

أمّا النوع الثالث من معادلات الدرجة الثانية ففيه أنّ الجذور والعدد تعدل الأموال. يقول: (ص ٢١) «.. فنحو قولك ثلاثة أجذار وأربعة من العدد تعدل مالًا، فبابه أن تنصّف الأجذار فتكون واحدًا ونصفًا، فاضربها في مثلها فتكون اثنين وربعًا، فزدها على الأربعة فتكون ستة وربعًا، فخذ جذرها وهو اثنان ونصف فزده على نصف الأجذار وهو واحد ونصف فتكون أربعة وهو جذر المال والمال ستة عشر».

بالرموز الجبرية:

$$٣\,س + ٤ = س^{٢}. \qquad س = \sqrt{\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} + ٤} + \frac{٣}{٢} =$$

$$\sqrt{٦\frac{١}{٤}} + \frac{٣}{٢} = ٤$$

$$وس^{٢} = ١٦$$

ثالثًا: الحلّ الهندسي لهذه المعادلات

المثل الأول (من ٢١ إلى ٢٣) يقول الخوارزمي: «فأمّا علة مال وعشرة أجذار تعدل تسعة وثلاثين درهمًا فصورة ذلك سطح مربّع مجهول الأضلاع وهو المال الذي تريد أن تعرفه وتعرف جذره وهو سطح أ ب (كما في الرسم) وكل ضلع من أضلاعه فهو جذره، وكل ضلع من أضلاعه إذا ضربته في عدد من الأعداد فما بلغت الأعداد فهي أعداد جذور. كل جذر مثل ذلك السطح، فلمّا قيل إنّ مع المال عشرة أجذاره أخذنا ربع العشرة وهو اثنان ونصف وصيّرنا كل ربع منها مع ضلع من أضلاع السطح فصار مع السطح الأول الذي هو سطح أ ب أربعة سطوح متساوية طول كل سطح منها مثل جذر سطح أ ب وعرضه اثنان ونصف وهي سطوح ح ط ك حـ فحدث سطح متساوي الأضلاع مجهول أيضًا ناقص في زواياه الأربع في كل زاوية من النقصان اثنان ونصف في اثنين ونصف، فصار الذي يحتاج إليه من الزيادة حتى يتربع السطح اثنان ونصف في مثله أربع مرات ومبلغ ذلك كله خمسة وعشرون. وقد علمنا أن السطح الأول الذي هو سطح المال والأربعة السطوح التي حوله وهي عشرة أجذار هي تسعة وثلاثون من العدد. فإذا زدنا عليها الخمسة والعشرين التي هي المربعات الأربعة التي هي على زوايا سطح أ ب تمّ تربيع السطح الأعظم وهو سطح د هـ. وقد علمنا أنّ ذلك كله أربعة وستون وأحد أضلاعه جذره وهو ثمانية، فإذا نقصنا من الثمانية مثل ربع العشرة مرتين من طرفي ضلع السطح الأعظم الذي هو سطح د هـ وهو خمسة بقي من ضلعه ثلاثة وهو جذر ذلك المال. وإنّما نصّفنا العشرة الأجذار وضربناها في مثلها وزدناها على العدد الذي هو تسعة وثلاثون ليتمّ لنا بناء السطح الأعظم بما نقص من زواياه الأربع، لأنّ كل عدد يُضرب ربعه في مثله ثمّ في أربعة يكون مثل ضرب نصفه في مثله، فاستغنينا بضرب نصف الأجذار في مثلها عن الربع في مثله ثم في أربعة وهذه صورته.

د

ستة وربع	ح	ستة وربع
حـ	أ المال ب	ك
ستة وربع	ط	ستة وربع

هـ

وله أيضًا صورة أخرى تؤدي إلى هذا وهي سطح أ ب وهو المال، فأردنا أن نزيد عليه مثل عشرة أجذاره فنصّفنا العشرة فصارت خمسة فصيّرناها سطحين على جنبتي سطح أ ب وهما سطحا حـ ن فصار طول كل سطح منهما خمسة أذرع وهو نصف العشرة الأجذار وعرضه مثل ضلع سطح أ ب فبقيت لنا مربعة من زوايا سطح أ ب وهي خمسة وهي نصف العشرة الأجذار التي زدناها على جنبتي السطح الأول هو المال وأنّ السطحين اللذين على جنبتيه هما عشرة أجذار، فذلك كله تسعة وثلاثون وبقي إلى تمام السطح الأعظم مربعة خمسة في «خمسة وعشرون» فزدناها على تسعة وثلاثين ليتم لنا السطح الأعظم الذي هو سطح د هـ، فبلغ ذلك كله أربعة وستين، فأخذنا جذرها وهو ثمانية وهو أحد أضلاع السطح الأعظم، فإذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه وهو خمسة بقي ثلاثة وهو سطح أ ب الذي هو المال وهو جذره والمال تسعة وهذه صورته.

د
أ
المال
حـ
ب
؟
٢٥
هـ

وهذا هو حلّ هذه المسألة بالرموز:

المعادلة هي: س^{٢} + ١٠ س = ٣٩ حيث تساوي س^{٢} سطح المربع أ ب أو المال. وس ضلع المربع. و١٠ س تساوي أربعة مستطيلات طول كل واحد ضلع المربع وعرضه ٢,٥، فتكون المعادلة:

س^{٢} + ٤ (٢ $\frac{١}{٢}$ س) = ٣٩

وحتى يستقيم معنا المربع هـ د يجب أن نضيف في الزوايا أربعة مربعات ضلع كل واحد منها ٢ $\frac{١}{٢}$ فتكون المعادلة:

س^{٢} + ٤ (٢ $\frac{١}{٢}$ س) + ٤ (٢ $\frac{١}{٢}$)^{٢} = ٣٩ + ٤ (٢ $\frac{١}{٢}$)^{٢}

= ٣٩ + ٢٥ = ٦٤ وهي مساحة المربع الجديد هـ د

ويكون ضلع المربع الجديد: $\sqrt{٦٤}$ = ٨

وضلع المربع الجديد يساوي: س + ٢ (٢ $\frac{١}{٢}$) = س + ٥ = ٨

س = ٨ - ٥ = ٣ وهي ضلع المربع أو جذر المال.

أمّا المال فهو: س^{٢} = ٣ × ٣ = ٩

صورة أخرى لحلّ هذه المعادلة (ص ٢٣):

س ^{٢} + ٢ (٥ س) = ٣٩

حتى يستقيم معنا المربع الجديد يجب أن نضيف مربعًا ضلعه ٥، فتكون المعادلة:

س^{٢} + ٢ (٥ س) + (٥)^{٢} = ٣٩ + (٥)^{٢} = ٦٤

فيكون ضلع المربع $\sqrt{٦٤}$ = ٨

وضلع المربع الجديد يساوي س + ٥ = ٨ أي: س = ٣

والمال: س^{٢} = ٣ × ٣ = ٩

رابعًا: العمليات الحسابية الأساسية

بعد فراغه من تحديد الأعداد وأنواعها كان من الطبيعي أن يتكلّم الخوارزمي على العمليات الحسابية الأربع وهي الضرب والجمع والطرح والقسمة لأنّ هذه العمليات تعتبر أساسًا لعلم العدد في كل مظاهره، وهو يعرض هذا القسم الجديد في «الجبر والمقابلة» يقول: (ص ٢٧) «وأنا مخبرك كيف تضرب الأشياء، وهي الجذور، بعضها في بعض إذا كانت منفردة، أو كان معها عدد، أو كان مستثنى منها عدد، أو كانت مستثناة من عدد، وكيف تجمع بعضها إلى بعض، وكيف تنقص بعضها من بعض».

إذًا، الأعداد التي تخضع للعمليات الحسابية هي إمّا منفردة، أو كان معها عدد، أو استثني منها عدد أو استثنيت هي من عدد. على أنّه يجب التنبّه إلى أنّ الأعداد المذكورة في هذا الباب هي أعداد جبرية لأنها مرفقة بالرمزين + و −.

باب الضرب:

يقول الخوارزمي في تحديد عملية الضرب (ص ٢٧): «إنه لا بدّ لكل عدد يُضرب في عدد من أن يضاعف أحد العددين بقدر ما في الآخر من آحاد». وهذا القول يعني بالضرورة التمييز بين العدد المضروب والعدد المضروب به، وهو عدد المرات التي يُضاعف بها العدد الأول، والمضاعفة تعني تحويل الضرب إلى عملية أساسية أكثر وهي الجمع. ثم هو يضيف شارحًا طريقة الضرب ممثّلًا عليها بالأمثلة، يقول: (٢٧ ـ ٢٨)

«وإذا كانت عقود ومعها آحاد أو مستثنى منها آحاد فلا بدّ من ضربها أربع مرات: العقود في العقود، والعقود في الآحاد، والآحاد في العقود، والآحاد في الآحاد. فإذا كانت الآحاد التي مع العقود زائدة جميعًا فالضرب زائد، وإذا كانت ناقصة جميعًا فالضرب زائد، وإذا كانت ناقصة جميعًا فالضرب الرابع زائد أيضًا، وإذا كان أحدهما زائدًا والآخر ناقصًا

فالضرب الرابع ناقص، وهو مثل عشرة وواحد في عشرة واثنين، فالعشرة في العشرة مائة والواحد في العشرة عشرة زائدة، والاثنان في العشرة عشرون زائدة، والواحد في الاثنين اثنان زائدان، فذلك كله مائة واثنين وثلاثون. ولذا كانت عشرة إلّا واحدًا فالعشرة في العشرة مائة والواحد الناقص في العشرة عشرة ناقصة، والواحد الناقص أيضًا في العشرة عشرة ناقصة، فذلك ثمانون، والواحد الناقص في الواحد الناقص واحد زائد، فذلك أحد وثمانون».

١ - (١٠ + ١) (١٠ + ٢) = ١٠٠ + ١٠ + ٢٠ + ٢ = ١٣٢

٢ - (١٠ - ١) (١٠ - ١) = ١٠٠ - ١٠ - ١٠ + ١ = ٨١

وهاك أمثلة أخرى:

٣ - (١٠ + ٢) (١٠ - ١) = ١٠٠ + ٢٠ - ١٠ - ٢ = ١٠٨

٤ - (١٠ - س) ١٠ = ١٠٠ - ١٠ س

٥ - (١٠ + س) ١٠ = ١٠٠ + ١٠ س

٦ - (١٠ + س) (١٠ + س) = ١٠٠ + ٢٠ س + $س^{٢}$

٧ - (١٠ - س) (١٠ - س) = ١٠٠ - ٢٠ س + $س^{٢}$

٨ - (١٠ - س) (١٠ + س) = ١٠٠ - $س^{٢}$. (٢ - ٣٠).

وفي علم الجبر فإنّ الصيغ الثلاث الأخيرة معروفة لدى المبتدئين.

باب الجمع والنقصان:

أول ما يبدأ الخوارزمي بشرح المقصود من الجمع بوساطة الأعداد، يقول (ص ٣٠):

«اعلم أن جذر مائتين إلّا عشرة مجموع إلى عشرين إلّا جذر مائتين فإنه عشرة سويًا. وجذر مائتين إلّا عشرة منقوص من عشرين إلّا جذر مائتين فهو ثلاثون إلّا جذري مائتين، وجذرا مائتين هو جذر ثمانمائة».

فإذا استعملنا الأرقام حصلنا على المعادلتين التاليتين:

١ - ($\sqrt{٢٠٠}$ - ١٠) + (٢٠ - $\sqrt{٢٠٠}$) = ١٠

٢ - (٢٠ - $\sqrt{٢٠٠}$) - (٢٠٠ - ١٠) = ٣٠ - ٢$\sqrt{٢٠٠}$ = ٣٠ - $\sqrt{٨٠٠}$

ثم إنّ الخوارزمي يورد أمثلة فيها أموال وجذور: يقول في (ص ٣٠): «ومائة ومال إلّا عشرين جذرًا مجموع إليه خمسون وعشرة أجذار إلّا مالين فهو مائة ومال، وخمسون إلّا مالًا وإلّا عشرة أجذار».

٣ - (١٠٠ + س^{٢} - ٢٠ س) + (٥٠ + ١٠ س - ٢ س^{٢}) = ١٥٠ - س^{٢} - ١٠ س

ويضرب لذلك مثالًا آخر:

٤ - (١٠٠ + س^{٢} - ٢٠ س) - (٥٠ + ١٠ س - ٢ س^{٢}) = ٥٠ + ٣ س^{٢} - ٣٠ س

ويستطرد من بعد ذلك: (ص ٣٠ - ٣١)

«وأنا مبيّن لك علة ذلك في صورة تؤدي إلى الطلب... واعلم أنّ كل جذر مال معلوم أو أصم[1] تريد أن تضعّفه، ومعنى إضعافك إياه أن تضربه في اثنين، فينبغي أن تضرب اثنين في اثنين ثم في المال فيصير جذر ما اجتمع مثليّ جذر ذلك». ومثال على ذلك:

٥ - ٢ $\sqrt{٩}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ وهي تساوي جذر $\sqrt{٩}$ مرتين

باب القسم:

في هذا القسم، يقول الخوارزمي (٣١ - ٣٢): «وإن أردت أن تقسم جذر تسعة على جذر أربعة فإنك تقسم تسعة على أربعة فيكون اثنين وربعًا فجذرها هو ما يصيب الواحد وهو واحد ونصف»:

$$\frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٤}} = ٢\frac{١}{٤}\text{، ثم } \sqrt{٢\frac{١}{٤}} = ١\frac{١}{٢}$$

وفي الطريقة الحديثة: $\sqrt{\frac{٩}{٤}} = \frac{٣}{٢}$

خامسًا: المسائل الست

في مقدمة كتابه «الجبر والمقابلة» يقول الخوارزمي (ص ٣٤): «وقد قدّمنا قبل أبواب الحساب ووجوهها ست مسائل جعلتها أمثلة للستة الأبواب المتقدّمة في صدر كتابي هذا لا بدّ أنّ منها ثلاثة لا تنصّف فيها الأجذار، وذكرت أنّ حساب الجبر والمقابلة لا بدّ أن يخرجك إلى باب منها، ثم أتبعت ذلك من المسائل ما يقرب من الفهم وتخف فيه المؤنة وتسهل فيه الدلالة». فيكون هذا الباب إذًا تطبيقًا للمعادلات الست، إذ إنّ النصّ جليّ يشير

---

(١) ترجم «أصم» إلى Surdus وورد عند ديكارت بالفرنسية Sourd، وهو يدل على ما نعرفه بـ Irrationnel.

إلى أن هدف كتاب الجبر والمقابلة هو عملي. وإليك هذا المثل على النوع الأول من معادلات الدرجة الأولى: (٣٤ - ٣٥)

«فالأولى من الست نحو قولك عشرة قسمتها قسمين، فضربت أحد القسمين في الآخر، ثم ضربت أحدهما في نفسه فصار المضروب في نفسه مثل أحد القسمين في الآخر أربع مرات، فقياسه أن تجعل أحد القسمين شيئًا والآخر عشرة إلّا شيئًا، فتضرب شيئًا في عشرة إلّا شيئًا فتكون عشرة أشياء إلّا مالًا، ثم تضربه في أربعة لقولك أربع مرات فيكون أربعة أمثال المضروب من أحد القسمين والآخر فيكون ذلك أربعين شيئًا إلّا أربعة أموال. ثم تضرب شيئًا في شيء وهو أحد القسمين في نفسه فيكون مالًا يعدل أربعين شيئًا إلّا أربعة أموال، فاجبرها بالأربعة الأموال وزدها على المال فيكون أربعين شيئًا تعدل خمسة أموال، فالمال الواحد يعدل ثمانية أجذار وهو أربعة وستون جذرها ثمانية وهو أحد القسمين المضروب في نفسه والباقي من العشرة اثنان وهو القسم الآخر، فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة وهي أموال تعدل جذورًا».

١) س^{٢} = ٤ س (١٠ - س) = ٤٠ س - ٤ س^{٢}

٥ س^{٢} = ٤٠ س فيكون: س = ٨

والقسم الثاني: ١٠ - ٨ = ٢ والمال = ٦٤

إنّ الفرق بين هذه المسألة والنوع الأول من معادلات الدرجة الأولى يقوم في أنّ المعادلة المذكورة هي معطاة، بينما المسألة تفترض تركيز المعادلة.

٢) المسألة الثانية:

س و١٠ - س

$\frac{٧}{٩}$ ٢ س^{٢} = ١٠٠ س= ٦ والقسم الآخر ٤

٣) المسألة الثالثة:

س و١٠ - س

$\frac{١٠ - س}{س}$ = ٤ ١٠ - س = ٤ س. س = ٢

٤) المسألة الرابعة:

ترد كلمة مال أحيانًا عند الخوارزمي بمعنى القيمة أو «عدد» وهو ما نجده في هذه المسألة:

$$\left(\frac{\text{س}}{\text{٣}} + \text{١}\right)\left(\frac{\text{س}}{\text{٤}} + \text{١}\right) = \text{٢٠}$$

$$\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{\text{١٢}} + \frac{\text{س}}{\text{٣}} + \frac{\text{س}}{\text{٤}} + \text{١} = \text{٢٠}$$

$$\text{س}^{\text{٢}} + \text{٧ س} + \text{١٢} = \text{٢٤٠} \qquad \text{س} = \text{١٢}$$

٥) المسألة الخامسة:

$$\text{س}^{\text{٢}} + (\text{١٠} - \text{س})^{\text{٢}} = \text{٥٨}$$

$$\text{س} = \text{٧ أو ٣}$$

٦) المسألة السادسة:

$$\frac{\text{س}}{\text{٣}} \times \frac{\text{س}}{\text{٤}} = \text{س} + \text{٢٤}$$

$$\text{س} = \text{٢٤}$$

بعد هذا الباب «المسائل الست» هناك باب المسائل المختلفة، وهي ليست في الواقع غير تمارين شتى ترجع كلها إلى أنواع المعادلات الستة وتقبل طريقة حلّها.

سادسًا: باب المعاملات، ويشغل الصفحتين ٥٣ و٥٤ .

مع هذا الباب يُختتم القسم الأول من «الجبر والمقابلة» الذي جاء فيه كل ما يتعلّق بالجبر النظري، وهو الأمر الذي يدلّ على أنّ الخوارزمي يريد أن يحقّق ما قد أورده في مقدمته من الحاجة العملية إلى الجبر، وهو ما يوضحه في مطلع هذا الباب الجديد، يقول (ص ٥٣):

«اعلم أنّ معاملات الناس كلها ثمن البيع والشرى والصرف والإجارة وغير ذلك على وجهين بأربعة أعداد يلفظ بها السائل وهي المسعَّر والسعر والمثمَّن والثمن، فالعدد الذي هو المسعّر مباين للعدد الذي هو الثمن، والعدد الذي هو السعر مباين للعدد الذي هو المثمّن، وهذه الأربعة الأعداد ثلاثة منها أبدًا ظاهرة معلومة، وواحد منها مجهول، وهو الذي في قول القائل كم وعنه يسأل السائل».

والخوارزمي بعد ذلك يورد ما ندعوه اليوم قاعدة النسبة الثلاثية: (ص ٥٣)

«والقياس في ذلك أن تنظر إلى الثلاثة الأعداد الظاهرة فلا بدّ أن يكون منها

اثنان، كل واحد منهما مباين لصاحبه، فبضرب العددين الظاهرين المتباينين، كل واحد منهما مباين لصاحبه، فما بلغ فاقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي متباينه مجهول، فما خرج لك فهو العدد المجهول الذي يسأل عنه السائل، وهو مباين للعدد الذي قسمت عليه».

يؤكّد «روسكا» هنا أنّ هذا الباب أصله هندي وأنّ اليونانيين لم يعرفوا القاعدة الثلاثية إلّا بعد القرن الخامس عشر ومن طريق العرب أو الإيطاليين، ويبيّن أيضًا أنّ الكلمات المستخدمة في هذه القاعدة وهي «مسعّر» و«سعر» و«مثمن» و«ثمن» قد تمّت صياغتها من الأصل الهندي. ويمثّل بعض الشارحين على ذلك بإيراد المثل التالي في كتاب هندي: إذا كانت ١٠٠ تعطي ٤ فكم تعطي ٣٥٠٠؟ وأمّا أسماء الأعداد فهي: ١٠٠ = براماني أي القاعدة، ٤ = فالام أي الثمرة (النتيجة)، ٣٥٠٠ = إيشا أي الطلب، أمّا نتيجة الطلب أو ثمرته فهي إيشابالا.

ثم إنّ كلمة مسعَّر تعني القاعدة بينما سعر يعني ثمرة أو نتيجة هذا المسعر، أمّا المثمّن فيعني الطلب أو رأس المال، بينما يعني الثمن ثمرة أو نتيجة موضوع الطلب. وكلمة مباين ترد بمعنى مقابل، بحيث يكون العددان المتباينان الواحد إزاء الآخر. وعلى هذا يورد الخوارزمي المثال التالي: «ومثال ذلك في وجه منه إذا قيل لك عشرة بستة كم لك بأربعة، فقوله عشرة هو العدد المسعّر وقوله بسته هو السعر، وقوله كم لك هو العدد المجهول المثمّن، وقوله بأربعة هو العدد الذي هو الثمن. فالعدد المسعّر الذي هو العشرة مباين للعدد الذي هو الثمن وهو الأربعة، فاضرب العشرة في الأربعة وهما المتباينان الظاهران فيكون أربعين، فاقسمها على العدد الآخر والظاهر الذي هو السعر وهو ستة فيكون ستة وثلثين وهو العدد المجهول الذي هو في قول القائل كم - وهو المثمن ومباينه الستة الذي هو السعر»، (ص ٥٤).

مسعَّر		سعر
١٠	ب	٦
كم؟	ب	٤
مثمّن		ثمن

العددان ١٠ و٤ متباينان وظاهران، يضرب الواحد منهما بالآخر ويقسم الحاصل على العدد الظاهر الثالث، فيكون العدد المجهول.

القسم الثاني من «الجبر والمقابلة»

يبدأ بباب المساحة (من ٥٤ إلى ٦٦).

أثار هذا الباب بعض المساءلات العلمية بالنسبة إلى اعتماد الخوارزمي على المراجع الهندية أو اليونانية في تأليفه كتاب «الجبر والمقابلة». فالعالم «هانكيل» يؤكّد أنّ هذا الباب لا يحتوي على شيء يتعلق بعلوم الهند في الرياضيات خارجًا عن: $\pi = \sqrt{١٠}$، في حين يحاول «كانتور» إثبات الأصل اليوناني معتمدًا على نظرية فيثاغورس التي يشير إليها الخوارزمي (في صفحة ٥٧ بجلاء). أمّا «روسكا» فيرى أنّ التأثير الهندي بيّن من استخدام الأرقام الهندية للدلالة على قياسات الأشكال الهندسية الواردة في هذا الباب، ومن توافق أمثلة الخوارزمي العددية مع الأمثلة الهندية، كما هو الحال في المربع القائم الزوايا والمختلف الأضلاع ـ المستطيل ـ الذي جُعل طوله ٨ وعرضه ٦ (ص ٥٩)، وفي المعيّن الذي جُعل قطراه ٦ و٨ أيضًا (٦٠).

وفي باب المساحة يعترف «روسكا» أنّ العنوان يوناني، وأنّ الوحدة في قياس المساحة «اعلم أنّ معنى واحد في واحد إنّما هي مساحة ومعناه ذراع في ذراع» (٥٤) هي يونانية أيضًا. لكنّ البرهان القاطع في نظر «روسكا» على أنّ الأصل هندي يُلتمس في هذا النص: «وكل قطعة من مدورة مشبهة بقوس فلا بدّ أن تكون مثل نصف مدورة أو أقل من نصف مدورة أو أكثر من نصف مدورة. والشاهد على ذلك أنّ سهم القوس إذا كان مثل نصف الوتر فهي نصف مدورة سويًّا. وإذا كان أقل من نصف الوتر فهي أقل من نصف مدورة. وإذا كان السهم أكثر من نصف الوتر فهي أكثر من نصف مدورة. وإذا أردت أن تعرف من أي دائرة هي، فاضرب نصف الوتر في مثله واقسمه على السهم، وزد ما خرج على السهم، فما بلغ فهو قطر المدورة التي تلك القوس منها». (٥٧) لأنّ المفاهيم الهندسية الثلاثة أي القوس والوتر والسهم (العمود النازل من نقطة منتصف القوس على الوتر) هي غير معروفة، كما يؤكد «روسكا» في الهندسة اليونانية.

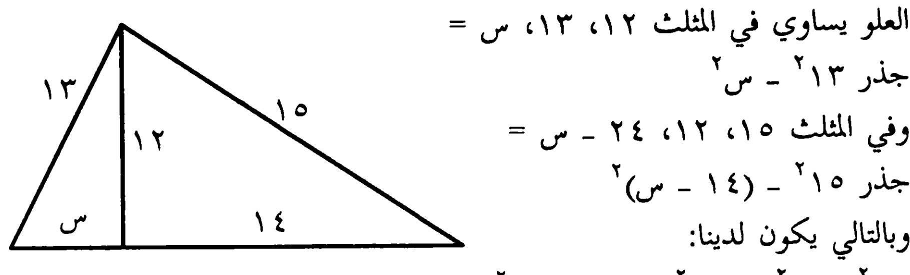
والعملية المقرّر إجراؤها في نهاية النص للحصول على قطر الدائرة، والتي يمكن التعبير عنها، على هذا الشكل الوارد:

$\frac{و^{٢}}{س}$ + س = ق (و = نصف الوتر . س = سهم.ق = قطر) فهي موجودة لدى الرياضيين الهنود.

ثم إنّ باب المساحة يحتوي قواعد مساحة المثلّث والمعيّن والدائرة وحجم الهرم

الثلاثي والهرم الرباعي والمخروط، ثم يُعدّد أنواع المربعات والمثلّثات ويذكر طريقة الحصول على مساحة كل نوع منها.

والملفت في هذا الباب أنّ عالمنا الخوارزمي يحلّ عملية هندسية بوساطة الجبر، وهاكم المسألة: «وقد تكون هذه الزوايا الحادة مختلفة الأضلاع، فاعلم أنّ تكسيرها (مساحتها) يعلم من قبل مسقط حجرها وعمودها، وهي أن تكون مثلثة من جانب خمسة عشر ذراعًا ومن جانب أربعة عشر ذراعًا ومن جانب ثلاثة عشر ذراعًا. فإذا أردت علم مسقط حجرها فاجعل القاعدة أي الجوانب شئت فجعلناها أربعة عشر وهو مسقط الحجر فمسقط حجرها يقع منها على شيء ممّا يلي أي الضلعين شئت، فجعلنا الشيء ممّا يلي الثلاثة عشر، فضربناه في مثله فصار مالًا ونقصناه من ثلاثة عشر في مثلها وهو مائة وتسعة وستون فصار ذلك مائة وتسعة وستين إلّا مالًا، فعلمنا أنّ جذرها هو العمود وقد بقي لنا من القاعدة أربعة عشر إلّا شيئًا، فضربناه في مثله، فصار مائة وستة وتسعين ومالًا إلّا ثمانية وعشرين شيئًا، فنقصناه من الخمسة عشر في مثلها، فبقي تسعة وعشرون درهمًا وثمانية وعشرون شيئًا إلّا مالًا وجذرها هو العمود، فلمّا صار جذرها هذا هو العمود وجذر مائة وتسعة وستين إلّا مالًا هو العمود أيضًا، علمنا أنهما متساويان، فقابل بينهما وهو أن تلقي مالًا بمال لأنّ المالين ناقصان فيبقى تسعة وعشرون وثمانية وعشرون شيئًا تعدل مائة وتسعة وستين، فألق تسعة وعشرين من مائة وتسعة وستين فيبقى مائة وأربعون تعدل ثمانية وعشرين شيئًا. فالشيء الواحد خمسة وهو مسقط الحجر ممّا يلي الثلاثة عشر، وتمام القاعدة ممّا يلي الضلع الآخر فهو تسعة. فإذا أردت أن تعرف العمود فاضرب هذه الخمسة بمثلها وأنقصها من الضلع الذي يليها مضروبًا في مثله وهو ثلاثة عشر، فيبقى مائة وأربعة وأربعون، فجذر ذلك هو العمود وهو اثنا عشر والعمود أبدًا يقع على القاعدة على زاويتين قائمتين، ولذلك سمّي عمودًا لأنه مستوٍ، فاضرب العمود في نصف القاعدة وهو سبعة، فيكون أربعة وثمانين وذلك تكسيرها (مساحتها) وهذه صورتها» (٦٢ - ٦٣):



العلو يساوي في المثلث ١٢، ١٣، س =
جذر $١٣^{٢}$ - $س^{٢}$
وفي المثلث ١٥، ١٢، ٢٤ - س =
جذر $١٥^{٢}$ - $(١٤ - س)^{٢}$
وبالتالي يكون لدينا:

$١٣^{٢}$ - $س^{٢}$ = $١٥^{٢}$ - ١٩٦ - $س^{٢}$ + ٢٨ س، ١٤٠ = ٢٨ س

والعلو يكون: س = ٥ $\sqrt{١٣^{٢} - ٥^{٢}}$ = ١٢

القسم الثالث من «الجبر والمقابلة»

كتاب الوصايا (٦٧ ـ ١٠٨)

كيف طبّق عالمنا الخوارزمي الجبر على الوصايا، وهل كان عمله هذا إسهامًا شخصيًا؟ نحن نجد أنه في هذا القسم قد استند إلى فقه أبي حنيفة في أكثر من موضع. فهو، مثلًا، وفي باب «العتق من المرض» يقول معتمدًا على قول أبي حنيفة: «فقول أبي حنيفة إنّ العتق أولى فيبدأ به» (١٠٠)؛ «فقياسه في قول أبي حنيفة إنه لا يضرب صاحب الجارية بأكثر من الثلث فيكون الثلث بينهما نصفين» (١٠١). وفي باب «العقر في الدور» يرد اسم أبي حنيفة أكثر من مرة: «وفي قول أبي حنيفة يجعل الشيء وصية، وما صار إليه بالعقر أيضًا وصية. فإن كانت المسألة على حالها فوطئها الواهب وأوصى بثلث ماله، فإنّ قول أبي حنيفة الثلث بينهما نصفان» (١٠٣) ولكن جميع ما ورد لا يوضح أبدًا أنّ الخوارزمي اعتمد على علماء السلف في وضع حلول هذا القسم.

وإليك بعض الأمثلة في هذا القسم:

«باب من ذلك في العين والدين. رجل مات وترك ابنين، واوصى بثلث ماله لرجل أجنبي، وترك عشرة دراهم عينًا وعشرة دراهم دينًا على أحد الابنين. قياسه أن تجعل المستخرج من الدين شيئًا فتزيده على العين وهو عشرة دراهم فيكون عشرة وشيئًا، ثم تعزل ثلثها لأنه أوصى بثلث ماله وهو ثلاثة دراهم وثلث شيء فيبقى ستة دراهم وثلثان وثلثا شيء فتقسمه بين الابنين فيصيب كل ابن ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء فهو يعدل الشيء المستخرج فقابل به، فتلقي ثلثًا من شيء بثلث شيء فيبقى ثلثا شيء تعدل ثلاثة دراهم وثلثًا، فتحتاج أن تكمل الشيء الذي استخرج من الدين». وفي هذه المعاملة:

المال = (١٠ + س)

حصة الرجل الأجنبي = $\frac{١}{٣}$ (١٠ + س)

حصة الابنين = $\frac{٢}{٣}$ (١٠ + س)

وهذه الحصة تساوي ٢ س، ونجد ذلك في النص الذي يوضح أنّ كل ابن يصيب $٣ \frac{١}{٣}$ دراهم و $\frac{١}{٣}$ س فهو يعدل الشيء المستخرج» (٦٧) أي س، فتكون المعادلة:

$$\frac{٢}{٣}\,(١٠ + \text{س}) = ٢\ \text{س}$$

وتكون س = ٥

وهذا هو الشيء المستخرج من الدين والمال الذي وزّع بالتساوي على الثلاثة وقيمته ١٥ درهمًا[١].

«فإن ترك ابنين وترك عشرة دراهم عينًا وعشرة دراهم دينًا على أحد الابنين، وأوصى لرجل بخمس ماله ودرهم. فقياسه أن تجعل ما يستخرج من الدين شيئًا فتزيده على العين فتكون شيئًا وعشرة دراهم فتعزل خمسها لأنه أوصى بخمس ماله وهو درهمان وخمس شيء فيبقى ثمانية دراهم وأربعة أخماس شيء ثم تعزل الدرهم الذي أوصى به فيبقى سبعة دراهم وأربعة أخماس شيء، فتقسمه بين الاثنين فيكون لكل واحد ثلاثة دراهم ونصف درهم وخمسا شيء تعدل شيئًا، فتلقي خمسي شيء من شيء، فيبقى ثلاثة أخماس شيء تعدل ثلاثة دراهم ونصفًا، فكمل الشيء وهو أن تزيد عليه مثل ثلثيه وتزيد على الثلاثة والنصف مثل ثلثيها وهو درهمان وثلث، فتكون خمسة دراهم وخمسة أسداس، وهو الشيء الذي استخرج من الدين» (٦٧ ـ ٦٨).

وهاك الحل بالرموز الجبرية:

١) (١٠ + س): المال

٢) $\frac{(١٠ + \text{س})}{٥} + ١ = (٢ + \frac{١}{٥}\,\text{س}) + ١$ = حصة الرجل (الغريب)

٣) $(١٠ + \text{س}) - (٢ + \frac{١}{٥}\,\text{س}) = (٨ + \frac{٤}{٥}\,\text{س})$

٤) $(٨ + \frac{٤}{٥}) - ١ = (٧ + \frac{٤}{٥}\,\text{س})$ = حصة الابنين

---

(١) الأصل في هذا الباب (الوصايا) أنه إذا ترك رجل أربعة أولاد مثلًا وترك دينًا على أحدهم، يفوق ربع التركة بعد الوصايا، فإن الابن المدين يستبقي جميع ما عنده، جزء منه ليعوض نصيبه في الميراث والباقي على سبيل الهبة من والده، وهو ما شرحه المحققان مشرفة وأحمد في الكتاب.

٥) $\frac{٧٠ + \frac{٤}{٥}}{٢}$ س = $\frac{١}{٢}$ ـ ٣ + $\frac{٢}{٥}$ س) = حصة الابن الواحد

٦) ($\frac{١}{٢}$ ٣ + $\frac{٢}{٥}$ س) = س، حصة الابن تساوي س أي الشيء المستخرج من الدين.

٧) $\frac{١}{٢}$ ٣ = $\frac{٣}{٥}$ س

٨) $\frac{١}{٢}$ ٣ + $\frac{٢}{٣}$ ($\frac{١}{٢}$ ٣) = $\frac{٣}{٥}$ س + $\frac{٢}{٣}$ ($\frac{٣}{٥}$ س) زيادة ثلثين لكل من الجانبين

٩) س = $\frac{٥}{٦}$ ٥

وهي في الجبر الحديث، هذه صورة حلّها:

١) (١٠ + س) المال

٢) $\frac{١}{٥}$ (١٠ + س) + ١ حصة الغريب

٣) $\frac{٤}{٥}$ (١٠ + س) ـ ١ حصة الولدين. من جهة أخرى حصة الولد الواحد تساوي: س

٤) $\frac{٤}{٥}$ (١٠ + س) ـ ١ = ٢ س

٥) س = $\frac{٥}{٦}$ ٥

ولنحاول الآن رسم جدول يوضح المقارنة بين ما ورد في كتاب «الجبر والمقابلة» للعالم الرياضي الخوارزمي وبين ما يقابله في الجبر الحديث في هذا القسم الثالث المتعلق بباب الوصايا:

١) ١٠ + س . تحديد المال

٢) $\frac{(١٠ + \text{س})}{٥} = (٢ + \frac{١}{٥}\text{س})$

خمس المال

٣ و٤) عمليتا طرح للحصول على حصة الولدين

وهي: $٧ + \frac{٤}{٥}\text{س}$

٥) تحديد حصة الولد الواحد

$(٣\frac{١}{٢} + \frac{٢\text{س}}{٥})$

٦) المعادلة: $٣\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٥}\text{س} = \text{س}$

حصة الولد الواحد

٧) عملية مقابلة: فتصبح المعادلة

$٣\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٥}\text{س}$

٨) عملية إكمال أو إتمام بزيادة $\frac{٢}{٣}$

لكل من الجانبين

٩) حل المعادلة . $\text{س} = ٥\frac{٥}{٦}$

١) كذلك

٢) حصة الغريب بكاملها

$= \frac{١}{٥}(١٠ + \text{س}) + ١$

٣) $\frac{٤}{٥}(١٠ + \text{س}) - ١$ هذه

عملية واحدة لتحديد حصة الولدين.

٤) المعادلة . $\frac{٤}{٥}(١٠+\text{س}) - ١ = ٢\text{س}$

٥) حل المعادلة . $\text{س} = ٥\frac{٥}{٦} =$

حصة الولد الواحد

٦) ....

٧) ....

٨) ....

٩) ....

لقد توصّل الخوارزمي إلى حصّة الولدين (الابنين): (٧ + $\frac{٤}{٥}$ س) من طريق عمليتي طرح الثالثة والرابعة، بينما يُجري الجبر الحديث النتيجة بعملية واحدة (هي الثالثة في العمود الثاني على اليسار) وهذا يعني أنّ جبر الخوارزمي كان أقرب إلى الأصل الحسي، إذ هو يبدأ بطرح خمس المال من مجموع المال، ثم يعود لطرح الواحد من المتبقي.

وينتهي الكتاب «الجبر والمقابلة» بالجملة التالية: «تمّ الكتاب بحمد الله ومنّه وتوفيقه وتسديده، فرغ من نساخته في يوم الأحد تاسع عشر من المحرّم أحد شهور سنة ٧٤٣ هجرية على صاحبها وآله أفضل الصلاة والسلام».

والحقّ أنّ كتاب «الجبر والمقابلة» لم يؤد إلى وضع لفظ الجبر وإعطائه مدلوله المعروف اليوم فقط، بل إنه افتتح عصرًا جديدًا في الرياضيات حتى ولو كان بالإمكان إيجاد رواد سابقين عليه في ذلك. وقد نشر «سلمون جاندز» مؤلفَيْن، أولهما عن مصادر جبر الخوارزمي، والثاني عقد فيه مقارنة عن أصل المعادلات التربيعية واطّرادها في الجبر البابلوني واليوناني والعربي، وهذان المؤلّفان نشرا في مجلة «أوزيريس» عام ١٩٣٥، وهو يورد ما نصّه: «الجبر البابلوني يقدّم لنا الطرق القديمة المتوارثة، والنماذج المستعملة فيه يمكن وجودها في التطورات التي أحدثها أوقليدس وديوفانتس، بيد أنه في بلاد ما بين النهرين وإيران نشأت طرق جديدة في أزمنة قديمة نسبيًا، ولكنها لم تثبت أمام الطرق المتوارثة وكان فضل المدرسة العربية الجديدة هو اقترابها وتحقيقها لنماذج وطرق حديثة، أمّا الخوارزمي فله الفضل الكبير في أنّه ألّف في فرصة مناسبة كتابًا حقّق مستوى متماسكًا للجبر جمع فيه ما عرفته المدرسة البابليونية (الإيرانية القديمة) وجميع الاصطلاحات التي تلتها، وأضاف إلى ذلك كله جهده الخاص ممّا جعله قادرًا على إحداث أثر بعيد في الأجيال المتأخرة».

لقد تجلّت عبقرية الخوارزمي في ابتكار علم من معلومات ناقصة مشتتة وغير متماسكة، وهذه العبقرية تذكّرنا[١] بعبقرية نيوتن الذي وضع علم الديناميك الذي كانت معلوماته منتشرة ومعروفة لأهل زمانه، ولكنّ أحدًا قبله لم يقم بتنظيم شتات هذه المعلومات وصوغها في صورة علم منسّق ذي وحدة ظاهرة، ولهذا قال أحد محققي «الجبر والمقابلة» علي مشرفة: «نعم إنّ الخوارزمي هو واضع علم الجبر ومعلمه للناس أجمعين». كما قال طوقان في «تراث العرب العلمي»: «ولا ننسى علم الجبر الذي يعود للعرب، وفي طليعتهم الخوارزمي، الفضل في وضعه وسكبه بقالب ترتيبي نظامي وجعله علمًا بكل ما في هذه الكلمة من معنى». وقال «فانتاجو» عن كتاب الخوارزمي «لعب هذا المؤلف دورًا رئيسيًا في تاريخ حضارتنا ولا سيما أنه أصبح حجر الزاوية للبناء الرياضي...»

---

(١) محمد بن موسى الخوارزمي للكتبي ص ٦١.

شذرات من «الجبر والمقابلة»
للخوارزمي

مقدّمة المؤلّف:

الحمد للّه على نعمه بما هو أهله من محامده، التي بأداء ما افترض منها على من يعبده من خلقه، يقع اسم الشكر ويستوجب المزيد، ونؤمن الغير إقرارًا بربوبيّته، وتذلّلا لعزته، وخشوعًا لعظمته. بعث محمّداً ﷺ بالنبوة، على حين فترة من الرسل، وتنكر من الحق، ودروس من الهدى، فبصر به من العمى، واستنقذ به من الهلكة، وكثّر به بعد القلة، وألّف به بعد الشتات، تبارك اللّه ربّنا وتعالى جده، وتقدّست أسماؤه، ولا إلّه غيره.

..... (ص ١٥)(١) ولم تزَلِ العلماءُ في الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتُبون الكتب بما يُصنّفون من صنوفِ العلم ووُجوه الحِكمة نَظَراً لمن بَعْدَهم، واحْتساباً للأجر بقَدْرِ الطاقةِ، ورجاءَ أنْ يَلْحَقَهُمْ مِنْ أجرِ ذلك وذُخْرِه وذِكْرِهِ، و(أنْ) يُبْقي لهم من لِسانِ الصِدق ما يَصْغُرُ في جَنْبه كثيرٌ ممّا كانوا يَتَكلّفونه من المَؤونةِ ويَحْمِلونه على أنْفُسِهِمْ من المَشَقّة في كَشْفِ أسرارِ العلم وغامضه: (وهم) إمّا رجلٌ سَبَق إلى ما لم يكن مُسْتَخْرَجًا قبلَه فورّثه مَنْ بَعْده؛ وإمّا رجل شَرَحَ ممّا أبقى الأولون ما كان مُسْتَغْلَقًا فأوْضَحَ طريقَه وسَهَّل مَسْلَكَه وقَرّب مأخذَه؛ وإمّا رجلٌ وَجَدَ في بعض الكتب خَلَلًا فلمّ شَعْثَه وأقام أوَدَهُ، وأحْسَن الظنّ بصاحبِهِ غيرَ رادٍّ عليه ولا مُفْتَخِرٍ بذلك مِن فِعْلِ نفسهِ.

وقد شجّعني الإمامُ المأمونُ أميرُ المؤمنين... على إيضاح ما كان مُشتَبِهمًا وتسهيلِ ما كان مُسْتَوْعِرًا، على أنْ (ص ١٦) ألّفْتُ من حساب الجبر والمقابلة كتابًا مختصرًا حاصِرًا للطيف الحساب وجليله لِمَا يلزم الناسَ من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم، وفي مقاسمتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مِساحة الأرضين وكَرْيِ الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه... وإني لما نظرت في ما يحتاج إليه الناسُ من الحساب، وجدتُ جميع ذلك عددًا ووجدت جميع الأعداد إنما تركّبتْ من

(١) الأرقام داخل الأهلّة هي أرقام صفحات المخطوط.

الواحدِ؛ والواحدُ داخل في جميع الأعداد. ووجدت جميع ما يُلفَظ به من الأعداد، ما جاوز الواحدَ إلى العشْرةِ، يخرُج مَخرَجَ الواحد. ثم تُثنَّى العشْرة وتثلّث - كما فُعل بالواحد - فتكون منها العِشرون والثلاثون إلى تمام المائة. ثم تثنّى المِائَةُ وتثلّث، كما فعل بالواحد وبالعشرة إلى الألْف. ثم كذلك تردّد الألف عند كلّ عقد[1] إلى غاية المدرك من العدد.

ووجدتُ الأعدادَ التي يُحتاج إليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضُروبٍ وهي جُذور وأموالٌ وعَدَدٌ مفْرَدٌ (ص ١٧) لا يُنْسَبُ إلى جِذر ولا إلى مال. فالجِذْر منها شيء مضروبٌ في نفسِه من الواحد وما فوقَه من الأعداد وما دونه من الكسور؛ والمال كل ما اجتمع من الجِذْر المضروب في نفسه؛ والعدد المُفْرَدُ كلّ ملفوظٍ به من العدد بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال. فمن هذه الضروب الثلاثة ما يَعْدِلُ بعضُها بعضًا، وهو كقولك: أموالٌ تَعْدِلُ جُذورًا، وأموالٌ تعدل عددًا، وجذور تعدل عددًا.

فأمّا الأموالُ التي تَعْدِلُ الجذورَ فمثل قولك: مالٌ يعدل خمسةَ أجذارِهِ؛ فجِذْرُ المال خمسةٌ، والمال خمسةٌ وعشرون؛ وهو مثل خمسة أجذاره. وكـ (ذلك) قولُك: ثُلُثُ مالٍ يَعْدِلُ أربعةَ أجذار، فالمال كلّه يعدل اثْنَيْ عَشَرَ جِذرًا، وهو مائةٌ وأربعةٌ وأربعونَ، وجِذْره اثْنا عَشَرَ؛ ومثل قولك: خمسةٌ أموالٍ تَعْدِلُ عَشْرَةَ أجذارٍ؛ فالمال الواحد يعدل جِذْرَيْنِ، وجذر المال اثنان، والمال أربعة[2]. وكذلك ما كَثُرَ من الأموال أو قلّ يُرَدّ إلى مال واحد[3]. وكذلك يُفْعَلُ بما عادَلها من الأجذار يُردّ إلى مثل ما يردّ إليه المال.

(ص ١٨) وأمّا الأموالُ التي تَعْدِلُ العَدَدَ فمثلُ قَولِكَ: مالٌ يعدل تسعةً، فهو المال وجذره ثلاثة...... وأمّا الجذور التي تَعْدِلُ عَدَدًا فكقولك: جذرٌ يعدل ثلاثةً من العدد؛ فالجذر ثلاثةٌ، والمال يكون منه تسعةٌ.....

.....(ص ١٩) وكذلك لو ذَكَرَ (أحد) مالَيْنِ أو ثلاثةً أو أقلَّ أو أكثرَ فارْدُدْهُ إلى مالٍ واحدٍ وارْدُدْ ما كان مَعَه من الأجذار والعددِ إلى مثل ما رَدَدتَ إليه المالَ، وهو نحو

---

(١) العقد (بفتح العين): كل عدد مضروب بعشرة: ١٠، ٢٠، ٣٠، ١٦٠، ٤٥٠ إلخ.

(٢) ٥ $س^{٢}$ = ١٠ س، $س^{٢}$ = ٢ س، س - ٢ س = ٠،
س (س - ٢) = ٠، س = ٠ أو ٢.

(٣) يقصد: إذا كان عندنا ٤ $س^{٢}$ = ١٢ س جعلناها $س^{٢}$ = ٣ س. وإذا كان عندنا
$\frac{١}{٢}$ $س^{٢}$ = ٣ س جعلناها $س^{٢}$ = ٦ س.

قولك: مالانِ وعَشَرَةُ أجْذارٍ تَعْدِلُ ثمانيةً وأربعينَ دِرْهمًا.....

..... (ص ٢٠) وأمّا الأموالُ والعدد التي تَعْدِلُ الجُذورَ فنحو قولك: مالٌ وواحدٌ[١] وعشرون من العدد يَعْدِلُ عَشَرَةَ أجذارِه، ومعناه: أيُّ مالٍ إذا زِدتَ عليه واحداً وعشرين درهمًا كان ما اجتمع[٢] مِثْلَ عَشْرةِ أجذارٍ لذلك المال. وباب ذلك[٣] أن تُنَصِّفَ الأجذارَ فتكونَ خمسةً، فاضْرِبْها في مِثْلِها فتكونَ خمسةً وعِشْرين. فانقُصْ منها الواحدَ والعشرين التي ذُكرَ أنها مَعَ المال فيبقى أربعةٌ. فخُذْ جِذْرَها، وهو اثنانِ فانْقُصْه من نِصْفِ الأجذار - وهي خمسة - فيبقى ثلاثة، وهو جذر المال الذي تريده؛ والمال تسعة. وإن شئتَ فَزِدِ الجِذْرَ على نِصْف الأجذار فتكونَ سبعةً، وهو جذرُ المال الذي تريدُه؛ والمالُ تِسْعةٌ وأربعون[٤].

فإذا وَرَدَتْ عليك مسئلةٌ تُخْرِجُك إلى هذا الباب، فامتحنْ صوابَها بالزيادة. فإن لم تكُنْ [بالزيادةِ] فهي بالنُقْصان لا مَحالةَ[٥]. وهذا البابُ يُعْمَلُ (فيه) بالزيادة والنُقصان جميعًا. وليس ذلك في غيرِه من الأبواب الثلاثة التي يُحتاج فيها إلى تَنْصيف الأجذار. واعلمْ أنّك إذا نَصّفتَ الأجذارَ في هذا البابِ وضَرَبْتَها في (ص ٢١) مِثْلِها فكانَ مَبلغُ ذلك أقلَّ من الدراهمِ التي مَعَ المال فالمسئلةُ مستحيلة. وإن كان مثلَ الدراهمِ بعينِها[٦] فجِذْرُ المالِ مثلُ نِصفِ الأجذار سواءً لا زيادةَ ولا نُقْصان.

- (معادلة الخوارزمي وبرهانها الجبريّ الهندسيّ):

..... فأمّا عِلّةُ مالٍ وعشْرةِ أجذارٍ تَعْدِلُ تسعةً وثلاثين درهمًا فصورةُ ذلك سَطْحٌ (ص ٢٢) مُرَبّعٌ مجهولُ الأضلاعِ، وَهُوَ المالُ الذي تُريدُ أن تَعْرِفَه وتعرَفَ جَذْرَهُ[٧] - وهو

---

(١) في الأصل: مال واحد.

(٢) كان الذي اجتمع، كان المجموع.

(٣) طريقة حله.

(٤) أي أن قيمة س في هذه المعادلة: س^{2} + ٢١ = ١٠ س تبلغ ٣ أو ٧.

(٥) فإذا لم تصح المعادلة بالجمع فيجب أن تصحّ بالطرح.

(٦) يقول علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد (كتاب الجبر والمقابلة، ص ٢١، الحاشية ٢): «هذه هي الحال التي يتساوى فيها جذرا المعادلة ويكون كل واحد منهما مساويًا لنصف معامل س، بالاصطلاح الحديث». ويجعل «كاربنسكي» و«ونتر» ذلك شرطًا للجذور المتساوية (المتعادلة): ب^{2} - ٤ أ جـ = صفر (Karpinski 77, n. 1).

(٧) جذره (بفتح الجيم: مصدر) كيفية استخراج جذره (بكسر الجيم).

سَطْحُ أ ب - وكلُّ ضِلعٍ من أضلاعِهِ فهو جِذْره؛ وكلُّ ضلعٍ من أضلاعه إذا ضربتَه في عددٍ من الأعداد، فما بلغَتِ الأعدادُ فَهِيَ أعدادُ جُذورٍ: كلّ جَذرٍ مثلُ جِذرِ ذلك السطح. فلمّا قيل إن معَ المال عَشْرَةَ أجذارِه، أخذنا رُبْعَ العشرةِ وهو اثنانِ ونصفٌ وصيّرنا كلَّ رُبعٍ منها مَعَ ضِلْعٍ من أضلاعِ السَّطْحِ فصارَ مَعَ السطح الأوّل الذي هُوَ سطح أ ب أربعةُ سُطوحٍ مُتساويةٌ طولُ كلِّ سطحٍ منها مِثْلُ جِذرِ سَطحِ أ ب، وعَرْضُه اثنانِ ونصفٌ، - وهي سطوحُ ح ط ك جـ[1] - فحَدَثَ سطحٌ متساوي الأضلاعِ مجهولٌ أيضًا ناقصٌ في زَواياهُ الأربعِ في كلِّ زاوية من النقصان اثنانِ ونِصْفٌ في اثنينِ ونصفٍ، فصارَ الذي يُحتاجُ إليه مِن الزيادةِ حتّى يَتَرَبَّع السطحُ اثنانِ ونصفٌ في مثلهِ أربعَ مرّاتٍ؛ ومبلغُ ذلك جميعُه خمسةٌ وعشرون.

وقد عَلِمْنا أن السطحَ الأولَ، الذي هو سطحُ المال، والأربعةَ السطوحِ التي حولَه - وهي عشرةُ أجْذارٍ - هي تسعةٌ وثلاثونَ من العددِ. فإذا زِدْنا عليها الخمسةَ والعِشرين التي هي المربّعات الأربعةُ التي هي على زوايا سَطْحِ أ ب تربيعُ السطحِ الأعظم، وهو سطحُ د هـ[2]. وقد عَلِمْنا أن ذلك كلَّه أرْبَعَةٌ وسِتّونَ، وأحدُ أضلاعِهِ جِذرُه وهو ثمانيةٌ. فإذا نَقَصْنا من الثمانية رُبْعَ العشرة مرَتينِ من طَرَفَيْ ضِلْعِ السطحِ الأعظم الذي هو سَطْح د هـ[2]، وهو خَمْسةٌ بَقِيَ من (ص ٢٣) ضِلعه ثلاثةٌ، وهي جِذْرُ المال. وإنّما نَصَّفْنا العَشْرةَ الأجذار وضَرَبْناها في مِثْلِها وزِدْناها على العدد الذي هو تِسعةٌ وثلاثون لِيَتِمَّ لنا بناءُ السطحِ الأعظمِ بما نَقَصَ من زواياهُ الأربعِ، لأنّ كلّ عددٍ يُضْرَبُ رُبْعُه في مِثلهِ ثمّ في أرْبَعةٍ يكونُ مثلَ ضَرْبِ نِصفهِ في مِثْلهِ[3]، فاسْتَغْنَيْنا بضربِ نصفِ الأجذار في مِثْلها عن الرُّبعِ في مِثله ثمّ في أربعةٍ. وهذه صورته:

(١) السطوح المستطيلة حول المربع أ ج ب ك (في الصفحة اللاحقة).

(٢) المربع الأعظم (الموضّح): جـ ص د هـ.

(٣) أي $\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \times ٤ = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$.

وله أيضًا صُورةٌ أُخرى[١] تُؤدّي إلى هذا، وهي سطحُ أ ب ـ وهو المالُ ـ، فأرَدْنا أن نَزيدَ عليهِ مثلَ عَشْرةِ أجْذاره فنَصَّفْنا العشرةَ فصارتْ خمسةً، فصيّرناها سَطْحَيْنِ على جَنَبَتَيْ سَطْحِ أ ب ـ وهما سَطْحا جـ ن ـ فصار طولُ كلِّ سطحٍ منها خمسة أذْرُعٍ، وهي نِصْفُ العَشْرةِ الأجْذارِ، وعَرْضُه مثلُ ضِلعِ سطحِ أ ب؛ فَبَقِيَتْ لنا مُرَبّعةٌ من زَوايا سَطْحِ أ ب، وهي خَمْسةٌ في خمسةٍ ـ وهي نِصْفُ العشرةِ الأجذارِ التي زِدْناها على جَنَبَتَيِ السطحِ الأوّلِ. فعَلِمْنا أن السطحَ الأوّلَ هو المالُ، وأنّ السَطْحَيْن اللّذَيْن على جَنَبَتَيْه هما عَشْرَةُ أجْذارٍ؛ فذلك كلُّه تسعةٌ وثلاثون. وبَقِيَ إلى تَمامِ السطحِ الأعْظمِ مُرَبَّعَةٌ خَمْسةٌ في خمسةٍ ـ وذلك خمسةٌ وعِشْرونَ ـ فزِدْناها على تِسعةٍ وثلاثينَ لِيَتِمَّ لنا السطحُ الأعظمُ الذي هو سَطْحُ د هـ[٢]، فبلغ ذلك كلُّه أربعةً وسِتّينَ فأخذنا جِذْرَها، وهُوَ ثمانيةٌ ـ وهو أحدُ أضلاعِ السطحِ الأعظم ـ. فإذا نَقَصْنا مِنْهُ مثل ما زِدْنا عليه، وَهِيَ خمسةٌ، بَقِيَ ثلاثةٌ، وهو ضِلْعُ سَطْحِ أ ب الذي هو المالُ، وهُوَ جِذرُه؛ والمالُ تسعةٌ. وهذه صورتُه:

(١) في الشكل الذي على الصفحة التالية.

(٢) في الشكل الذي على الصفحة التالية.

٣ أذرع ٥ أذرع
أ ء
س٢ ١٥ س٢
ب جـ
ن
١٥ س٢ ٢٥ س٢
ك
هـ

ـ الضرب والجمع والنُقْصان (الطرح):

(ص ٢٧) **باب الضرب**: وأنا مُخْبِرُكَ كيفَ تَضْرِبُ الأشياءَ، ـ وَهِيَ الجذورُ ـ بعضَها في بعضٍ: إذا كانتْ مُنفردةً، أو إذا كان مَعَها عددٌ، أو كان مستثنًى منها عددٌ، أو كانت مُستثناةً من عددٍ؛ وكيفَ تجمَعُ بعضَها إلى بعضٍ؛ وكيف تَنْقُصُ بعضَها من بعضٍ....

فإذا قيلَ لك: عشْرةٌ إلّا شيئًا ـ ومعنى الشيء الجِذْرُ ـ في عشْرةٍ، فاضْرِبْ عشْرةً في عشْرةٍ فيكونَ مائةً؛ و(اضرب) «إلّا شيئًا» في «عشْرةٍ» فيكون عشْرةَ أجذارٍ ناقصةً؛ فيَعْدِلُ (ذلك كلّه) مائةً إلّا عشْرةَ أشياءَ[١].

[(١٠ - س) × ١٠ = ١٠٠ - ١٠ س]

فإن قال: «عشْرةٌ وشيءٌ» في «عشْرةٍ»، فاضْرِبْ عشْرةً في عشْرةٍ فيكونَ مائةً، و(اضرب) شيئًا في عشرةٍ بعَشْرةِ أشياءَ زائدةٍ فيكونَ مائةً وعشْرةَ أشياءَ.

وإن قيل: عشْرةٌ وشيءٌ في مِثْلِها، قلتَ: عشْرةٌ في عشْرةٍ مائةٌ؛ وعشْرةٌ في شيءٍ بعشْرةِ أشياءَ، وعشْرةٌ في شيءٍ بعشْرةِ أشياءَ أيضًا؛ وشيءٌ في شيءٍ (يكون) مالٌ زائدٌ؛

---

(١) المعادلات التالية غير موجودة في الأصل، ولكنها أُضيفت للتمثيل على ما عناه الخوارزمي (لأن الخوارزمي يستعمل ألفاظًا غير مألوفة اليوم في علم الرياضيات).

فيكون ذلك (كلّه) مائةَ درهمًا وعشرينَ شيئًا ومالًا زائدًا.

[(١٠ + س) (١٠ + س) = ١٠٠+ ٢٠ س + س^{٢}]

وإن قال: عشْرةٌ إلّا شيئًا في عشْرةٍ إلّا شيئًا، قلتَ: عشْرةٌ في عشْرةٍ بمائةٍ؛ وإلّا شيئًا في عشْرةٍ (يكون) عشرةَ أشياءَ ناقصةً؛ وإلّا شيئًا في عشْرةٍ (يكون) عشْرة أشياءَ ناقصة؛ و«إلّا شيئًا» في «إلّا شيئًا» مالٌ زائدٌ؛ فيكونُ ذلك مائةً ومالًا إلّا عشرينَ شيئًا.

(١٠ - س) (١٠ - س) = ١٠٠ + س^{٢} - ٢٠ س

(ص ٣٠) **باب الجمع والنقصان** - اعْلَمْ أن جِذرَ مائتينِ إلّا عَشْرَةً **مجموع** إلى عشرين إلّا جذرَ مائتين فإنّه عَشْرَةٌ سَوِيًّا.

($\sqrt{٢٠٠}$ - ١٠) + (٢٠ - $\sqrt{٢٠٠}$) = ١٠

أي $\sqrt{٢٠٠}$ - ١٠ + ٢٠ - $\sqrt{٢٠٠}$ = ١٠

و(اعلم أنّ) جِذْرَ مائتينِ إلّا عشرةً **منقوص** من عشرينَ إلّا جذرَ مائتين فهو ثلاثونَ إلّا جِذْرَيْ مائتين - وجِذْرا مائتين هو جذر ثماني مائة -.

ومِائَةٌ ومالٌ إلّا عشرينَ جِذرًا **مجموع إليه** خمسونَ وعشرةُ أجذارٍ إلّا مالين[١]، فهو مائة وخمسون إلّا مالًا وإلّا عشرةَ أجذار.

١٠٠ + س^{٢} - ٢٠ س + ٥٠ + ١٠ س - ٢ س^{٢} = ١٥٠ - س^{٢} - ١٠ س

ومائة ومال إلّا عشرين جذرًا **منقوص منه** خمسون وعشرةُ أجذار إلّا مالين، فهو خمسون درهمًا وثلاثةُ أموالٍ إلّا ثلاثينَ جِذْرًا.

(١٠٠ + س^{٢} - ٢٠ س) - (٥٠ + ١٠ س - ٢ س^{٢})

= ١٠٠ + س^{٢} - ٢٠ س - ٥٠ - ١٠ س + ٢ س^{٢}

= ٥٠ + ٣ س^{٢} - ٣٠ س

واعلمْ أنّ كلّ جذرِ مالٍ معلوم أو أصمّ[٢] تريد أن تُضْعِفَه - ومعنى إضعافِك إيّاه أن تَضْرِبَه في اثنين - فينبغي (ص ٣١) أن تَضْرِبَ اثنين في اثنين ثمّ في المال، فيصيرَ جذرُ ما

---

(١) في الأصل: (ومال)، ولا حاجة إليها.

(٢) العدد الأصم: الذي لا ينجذر جذرًا معلومًا أو منطوقًا أو منطقًا (بضم الميم وكسر الطاء المهملة) نحو ٥، ١٧، ٦٣، ١٥٠، إذ ليس في كل عدد من هذه الأعداد مقدار صحيح إذا ضربته في نفسه أعطاك العدد المطلوب. بينما الأعداد ٤، ١٦، ٢٥، ١٤٤ أعداد منطوقة جذورها: ٢، ٤، ٥، ١٢ على التوالي. والأصم surd, sourde، كما ورد في فصل الأرقام العربية.

اجتمعَ مِثْلَيْ جِذرِ ذلك المالِ. وإن أردت ثلاثةَ أمثالِهِ، فاضْرِبْ ثلاثةً في ثلاثةٍ ثم في المالِ فيكونَ جذرُ ما اجتمع ثلاثةَ أمثالِ ذلك المالِ الأوّل. وكذلك ما زاد من الأضعاف أو نَقَص فعلى هذا المثال نفسِه.

وإن أردتَ أن تأخذَ نِصْفَ جذرِ مالٍ فينبغي أن تَضْرِبَ نِصْفًا في نِصْفٍ فيكونَ (النصف المضروب في نفسه) رُبْعًا؛ ثمّ في المالِ فيكونَ جذرَ ما اجتمع مَثْلَ نصفِ ذلك المال. وكذلك ثُلُثُهِ أو رُبُعُهُ أو أقلُّ من ذلك أو أكثرُ بالغًا ما بلغ في النُقْصانِ [أو] الإضْعاف.

ومثال ذلك: إذا أردتَ أن تضْعِفَ جذر تِسْعَةٍ ضربتَ اثنينِ في اثنينِ ثمّ في تِسْعَةٍ فيكونَ ذلك ستّةً وثلاثينَ، فخُذْ جِذْرَها فيكونَ ستّةً، وهُوَ كجذرِ تسعةٍ مرتين.

وكذلك لو أردتَ أنْ تُضْعِفَ جِذْرَ تِسْعَةٍ ثلاثَ مَرّات، ضربتَ ثلاثةً في ثلاثةٍ ثمّ في تِسْعَةٍ فيكونَ أحَدَ[1] وثَمانين؛ فخُذْ جِذْرَها تِسْعَةً، وذلك جِذْرُ تسعةٍ مُضاعفًا ثَلاثَ مرّاتٍ.

فإن أردتَ أن تأخُذَ نِصْفَ جِذْرِ تسْعَةٍ، فإنّك تَضْرِبُ نِصفًا في نصفٍ فيكونَ رُبُعًا ثمّ تَضْرِبُ رُبُعًا في تِسْعَةَ فيكونَ اثنينِ ورُبُعًا، فتأخُذُ جِذْرَها، وهُوَ واحدٌ ونِصْفٌ - وهو نِصْفُ جِذْرِ تِسْعَة - وكذلك ما زادَ أو نَقَصَ من المعلومِ والأصمّ فهذا طريقُه.

القَسْمُ، وإنْ أردتّ أن تَقْسِمَ جِذْرَ تسعةٍ على جذرِ أربعةٍ، فإنّك تَقْسِمُ تسعةً على أربعةٍ فيكونُ اثنينِ وربعًا؛ فجِذْرُها هو ما يصيبُ (ص ٣٢) الواحدَ، وهو واحدٌ ونصفٌ.

وإن أردتَ أن تَقْسِمَ جذرَ أربعةٍ على جذر تسعةٍ، فإنّك تَقْسِمُ أربعةً على تسعةٍ فيكونُ أربعةَ أتساعِ واحدٍ؛ فجِذْرُها ما يُصيبُ الواحدَ، وهو ثُلُثا واحد.

فإنْ أردتَ أن تَقْسِمَ جِذْرَيْ تسعةٍ على جذرِ أربعةٍ، أو غيرِها من الأموال، فأضْعِفْ جِذْرَ التسعةِ على ما أَرَيْتُك في عمل الإضعاف[2]؛ فما بلغ فاقْسِمْهُ على أربعةٍ أو على ما أردت أن تَقْسِمَ عليه؛ واعْمَلْ به كما عَمِلْتَ[3]. وكذلك إنْ أردت

---

(١) واحدًا.

(٢) أي في الكلام على الضرب.

(٣) كذا في الأصل. اقرأ: علمت.

ثلاثة أجذارِ تسعةٍ أو أكثرَ، أو نصفَ جذرِ تسعةٍ أو أقلَّ، أو ما كان، فعلى هذا المنوال فاعْمَلْه تُصبْ.

وإذا أردت أن تَضْرِبَ جذْرَ تِسْعَة في جذرِ أربعةٍ، فاضْرِبْ تسعةً في أربعةٍ فيكونَ ستّةً وثلاثين؛ فخُذْ جِذْرَها - وهو سِتَّةٌ - فهُوَ جِذرُ تسعةٍ مضروبٌ في جذرِ أربعةٍ.

وكذلك [إذا] أردتَ أن تَضْرِبَ جذرَ خمسةٍ في جذرِ عَشْرةٍ، فاضْرِبْ خمسةً في عَشْرة، فجذرُ ما بلغ هو الشيء الذي تُريده.

وإذا أردتَ أن تَضْرِبَ جِذْرَ ثُلثٍ في جذرِ نِصْفٍ، فاضْرِبْ ثُلُثًا في نصفٍ فيكونَ سُدُسًا؛ فجذر السُدُس هو جذر الثُلُث مضروبًا في جذر النصْف.

وإذا أردتَ أن تَضْرِبَ جِذْرَيْ تسعةٍ في ثلاثةِ أجذارِ أربعةٍ، فاسْتَخْرِجْ جِذْرَيْ تِسْعَةٍ، كما وَصَفْتُ لك، حتّى تَعْلَمَ جِذْرَ أيِّ مالٍ هو؛ وكذلك فافْعَلْ بثلاثةِ أجذارِ الأربعة حتّى تَعْلَمَ جِذْرَ أيِّ مالٍ هُوَ. ثمّ اضْرِبْ المالينِ أحدَهما في الآخَرِ؛ فجِذْرُ ما اجتمع لك هُوَ جِذْرا تسعةٍ في ثلاثةِ أجذارِ أربعةٍ.

وكذلك كلُّ ما زادَ من الأجذارِ أو نَقَصَ فعلى هذا المثالِ، فأعْمَلْ بهِ.

(ص ٣٥)... **المسألة الثانية:**

عَشْرَةٌ قَسَمْتَها(١) قِسْمَيْنِ فضربتَ كلَّ قِسْمٍ في نفسهِ ثمّ ضَرَبْتَ العشرةَ في نفسها، فكان ما اجتمع من ضَرْبِ العَشْرةِ في نَفْسِهَا مِثْلَ أحَدِ القسمين «مضروبًا في نفسِه» مرّتينِ وسبعةَ أتساعِ مرّةٍ أو مِثلَ الآخَرِ «مضروبًا في نفسه» سِتَّ مرّات ورُبُعَ مرّةٍ.

فقياس ذلك أن تجعل أحدَ القسمين شيئًا، والآخرَ عشرةً إلّا شيئًا؛ فتضربَ الشيء في نفسه فيكونَ مالًا، ثم (تضرب المال) في اثنينِ وسبعةِ أتْساعٍ فيكونَ مالينِ وسبعةَ أتساعِ مالٍ. ثمّ تَضْرِبُ العَشْرَةَ في مِثْلِها فتكونَ مائةً تَعْدِلُ مالينِ وسَبْعَةَ أتساعِ مالٍ، فارْدُدْهُ إلى مالٍ واحدٍ (ص ٣٦) - وهوَ تِسْعةُ أجزاءٍ من خَمْسةٍ وعِشْرينَ جُزءًا، وهُوَ خُمُسٌ وأرْبَعَةُ أخماسِ الخُمُسِ -. فخُذْ خُمْسَ المِائَةِ وأربعةَ أخْماسِ خُمُسِها، وهو سِتَّةٌ وثلاثونَ تَعْدِلُ مالًا؛ فَخُذْ جِذْرَها، (أي) سِتَّةً، وهُوَ أحدُ

---

(١) يمكن أن تقرأ: قسمتها - فضربت - ثم ضربت (بضم التاء).

القِسْمين؛ والآخَرُ أربعةٌ[١].

(ص ٥٣)..... **باب المعاملات** (التجارية). اعلمْ أنّ معاملاتِ الناسِ كلَّها من[٢] البَيْع والشِرى والصَرْف والإجارة وغير ذلك على وجهين بأربعةِ أعدادٍ يَلْفِظُ بها السائلُ، وهي المُسَعَّر والسِعْر والثمَنَ والمُثَمَّن. فالعددُ الذي هو المُسعَّرُ مُباينٌ للعدد الذي هو الثمن؛ والعددُ الذي هو السِعرُ مباينٌ للعدد الذي هو المُثمّن. وهذه الأربعةُ الأعدادِ ثلاثةٌ منها أبداً ظاهرةٌ معلومةٌ وواحدٌ منها مجهولٌ وهو الذي في قولِ القائلِ: «كم؟»، وعنه يَسألُ السائلُ.

والقياسُ في ذلك أن تَنْظُرَ إلى الثلاثةِ الأعدادِ الظاهرةِ، فلا بُدّ (مِنْ) أن يكونَ منها أثنانِ كُلُّ واحدٍ منهما مباينٌ لصاحِبِهِ فتَضْرِبَ العددينِ الظاهرينِ المتباينين كلَّ واحدٍ منهما في صاحبهِ، فما بلغ فاقْسِمْهُ على الآخَرِ الظاهرِ الذي مُبايِنُهُ مَجْهولٌ. فما خَرَجَ لك فَهُوَ العددُ المجهولُ الذي يَسْأَلُ عنه السائلُ، وهُوَ مِبايِنٌ للعددِ الذي قَسَمْتَ عليه.

ومثال ذلك في وجهِ (ص ٥٤) منه، إذا قيلَ لك: عَشَرَةٌ بستّةٍ؛ كم لكَ بأربعةٍ؟

فقوله عَشَرَةٌ: هو العددُ المُسَعَّر؛ وقولُه: بسِتّةٍ، هو السِعْرُ؛ وقوله: كم لك؟ هو العددُ المَجهول المُثَمَّنُ؛ وقوله: بأربعةٍ، هو العددُ الذي هو الثمنُ. فالسِعْرُ المُحَدَّدُ الذي هُوَ العَشْرةُ مُبايِنٌ للعددِ الذي هُوَ الثمنُ، وهُوَ الأربعة.

فاضْرِبِ العَشْرةَ في الأربعةِ، وهما المُتبايِنانِ الظاهرانِ، فيكونَ أربعينَ؛ فاقْسِمْها على العددِ الآخرِ الظاهرِ ـ الذي هُوَ السِعْرُ ـ وهو سِتّةٌ، فيكون ستّةً وثُلُثَيْنِ، وهُوَ العددُ المجهول الذي هُوَ في قَوْلِ القائلِ: كم؟ ـ وهُوَ المُثَمَّنُ ـ ومُبايِنُه السِتّةُ (و) الذي هُو السِعْرُ.

---

(١) يحتاج هذا العمل، كما هو مفروض في المقطع الأول السابق، إلى معادلتين:

$$١٠^٢ = (٢ + \frac{٧}{٩}) س^٢ ، \qquad ١٠^٢ = ٦ \frac{١}{٤} (١٠ - س)^٢ .$$

يكون حل المعادلة الأولى: $١٠٠ = \frac{٢٥}{٩} س^٢$ أو $\frac{٢٥}{٩} س^٢ = ١٠٠$،

$$٢٥ س^٢ = ٩ \times ١٠٠ ،$$

$$س^٢ = \frac{٩٠٠}{٢٥} \text{ أو } ٣٦ ،$$

$$س = \sqrt{٣٦} = ٦ .$$

أما العدد الآخير فهو (حسب الفرض في المعادلة) $١٠ - س$ أي $١٠ - ٦ = ٤$.

(٢) في الأصل: فمن.

(ص ٥٤)... **باب المِساحة.** اعلمْ أنّ معنى «واحدٍ في واحدٍ» إنّما هو مِساحةٌ، ومعناه ذِراعٌ في ذراع. فكلُّ سطحٍ متساوي الأضلاع والزوايا يكون من كلّ جانب (ص ٥٥) واحدًا[١]، فإنّ السطحَ كلَّه واحدٌ. فإنْ كان من كلّ جانبٍ اثنانِ[٢]، وهو متساوي الأضلاعِ والزوايا، فالسطحُ كلُّه أربعةُ أمثالِ السطحِ الذي هو ذراعٌ في ذراع... وكلّ سطح مربّع يكونُ من كلّ جانبٍ نصفَ ذراع فهو مثل رُبْعِ السطح الذي هو من كل جانبٍ ذراعٌ... وكل مُعَيَّنَةٍ[٣] متساويةُ الأضلاع، فإنّ ضربَكَ أحد القُطْرينِ (فيها) في نِصْفِ الآخرِ فهو تكسيرُها[٤]. وكلُّ مدوّرةٍ[٥]، فإنّ ضربكَ القُطْرَ في ثلاثةٍ وسُبْعٍ هو الدورُ[٦] (ص ٥٦) الذي يُحيط بها.

(١) في الأصل: واحد.

(٢) فإذا كان فيه من كل جانب اثنان (ذراعان).

(٣) معينة = معين (بتشديد الياء المفتوحة: سطح متساوي الأضلاع غير متساوي الزوايا Lozenge, losange).

(٤) تكسيرها (هنا): مساحتها (حاصل الضرب).

(٥) مدورة: دائرة.

(٦) الدور: المحيط (محيط الدائرة).

الخوارزمي في «الحساب»

صنّف محمد بن موسى الخوارزمي كتابًا في الحساب معتمدًا على الأرقام الهندية، وهي التي حملها معه أحد علماء الهند حينما حضر إلى بلاط الخليفة المأمون في بغداد سنة ١٦٢هـ / ٧٧٦م، ونقلها عنه إبراهيم الفزاري إلى اللغة العربية، ثم هذّبها الخوارزمي فشرحها وبيّن فوائدها ومزاياها. ويعتبر هذا الكتاب أول مؤلَّف من نوعه في الحساب من حيث مادته وترتيبه وتبويبه، كما يعتبر أول مؤلَّف في الحساب ترجمه الغربيون إلى لغاتهم. وقد بقي هذا الكتاب زمنًا طويلًا مرجعًا هامًّا للعلماء والحاسبين وأصحاب التجارة، ونقله إلى اللاتينية ـ كما قدّمنا ـ إدلارد الباثي (أوف باث) تحت اسم «ألغورتمي» وذلك نسبة إلى العالم الرياضي الكبير الخوارزمي.

مادة الكتاب تدلّ على أنّ العرب قد عرفوا خواصّ الأعداد وأنواعها، وأنهم ابتدعوا كثيرًا من المسائل التي تشحذ الذهن وتقوي التفكير[1]. كما أنه يدل على أنّ العرب كان لهم أسلوب خاص يتميّزون به في إجراء العمليات الحسابية، بحيث كانوا يوردون لكل عملية طرقًا متعدّدة تتمشى مع مراحل النمو، فمنها ما هو خاص بالمبتدئين، ومنها ما هو خاص بغيرهم، وقد عرف العرب نوعين من الأرقام:

ـ **النوع الأول:** وكان يستعمل في الشرق العربي ويسمّى الأرقام الهندية.

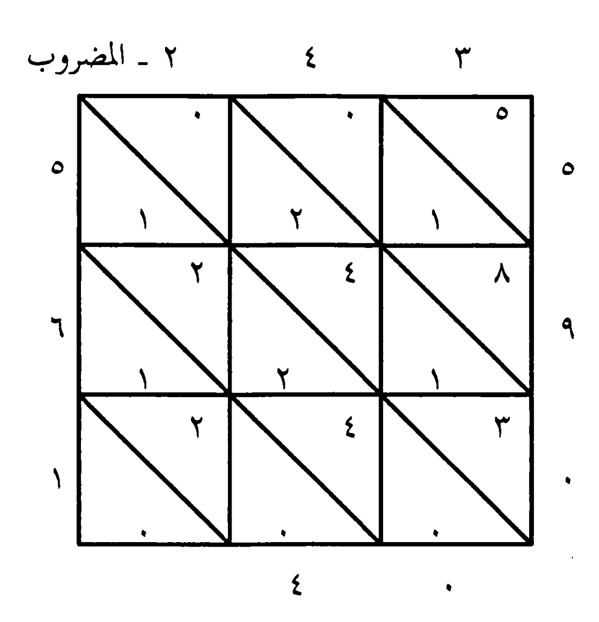
ـ **النوع الثاني:** وكان يستعمل في بلاد المغرب والأندلس، وهو المعروف بالأرقام الغبارية، وكان أول من دعا إلى استعمال الأرقام الهندية العربية في أوروبة «ليوناردو» سنة ١٢٠٢م، ثمّ ظهرت هذه الأرقام في النقوش المختلفة، وفي العملة في سويسرا سنة ١٤٢٤م، وفي النمسا سنة ١٤٨٤م، وفي فرنسا سنة ١٤٨٥م، وفي ألمانيا سنة ١٤٨٩م، وفي اسكتلندا سنة ١٥٣٩م، وفي بريطانيا العظمى سنة ١٥٥١. وأمّا ما يتعلّق بالتقاويم الأوروبية فقد ظهرت في تقويم «كوبل» في سنة ١٥١٨م.

ونحن نلاحظ أنّ الخوارزمي في كتابه «الحساب» قد انتهج في حلّ المسائل الطريقة الهندية بعد أن أدخل عليها الكثير من التقويم والتهذيب، ولهذا أسمى العلماء إجراء العمليات الحسابية بطريقة الخوارزمي «الخوارزميات».

---

(١) الخوارزمي للبرقوقي والتوانسي ص ١١٤.

وكان العلماء العرب قد تعمّقوا في بحوث علم الحساب، فجعلوا النسبة على ثلاثة أنواع: العددية والهندسية والتأليفية، واستعانوا بالتناسب على استخراج المجهول. والمستغرب حقًّا أنّ معظم رياضيي العرب كانوا يفضلون في تواليفهم (في الحساب) المسائل العملية التي ترتبط بحياة العامّة لما في ذلك من أهداف تعليمية، إذ كانوا يريدون إفهام المتعلمين وإكسابهم القدرة على الانتفاع بالحساب في مجرى حياتهم العملية. ونسوق هنا مثالًا على الطريقة التي كان العرب يتبعونها في عملية ضرب عدد في آخر، لنقل: ٢٤٣ × ١٦٥ ، فالطريقة كما يلي:



إذا نظرنا إلى الجدول أعلاه لاحظنا أنهم أدرجوا المضروب أفقيًا، والمضروب فيه رأسيًا، ثم شكّلوا خانات مستطيلة وقسموا كل مستطيل قسمين لكي يضعوا الآحاد في القسم الأول، والعشرات في القسم الآخر، ثم يقوموا بعملية الضرب على هذا الوجه: يبدأون بالرقم الأول من المضروب من جهة اليمين، وهو ٣، ثم يضربونه في كل رقم من أرقام المضروب فيه، ويضعون الناتج في المستطيل الذي يماثل رقم المضروب فيه، فمثلًا ٣ × ٥ = ١٥ نضعها في المستطيل المناظر للرقم ٥ تحت الرقم ٣، و٣ × ٦ = ١٨ نضعها في المستطيل المناظر للرقم ٦ تحت الرقم ٣، ونكمل العملية بالطريقة عينها.

ومن الممكن أن يبدأوا بالرقم الأول من المضروب فيه وهو ٥، فيضربونه بكل رقم من

المضروب ويضعون الناتج في المستطيل المناظر، فمثلًا ٥ × ٣ = ١٥ يضعونها في المستطيل المناظر للرقم ٣ أمام الرقم ٥، و٥ × ٤ = ٢٠ يضعونها في المستطيل المناظر للرقم ٤ أمام الرقم ٥، ويكملون العملية بالطريقة ذاتها.

على أننا نلاحظ في الجدول أنهم يضعون الآحاد في القسم الأعلى من المستطيل، والعشرات في القسم الأسفل، ثم تجمع الأعداد القطرية، أي المحصورة بين قطرين، لهذه المستطيلات، فنجد العدد القطري الأول هو ٥ والأعداد القطرية التالية هي ٠ + ١ + ٨ = ٩ ، والأعداد القطرية بعدها ٠ + ٢ + ٤ + ١ + ٣ = ١٠ فيكتب صفر ويؤخذ الواحد، ويجمع على الأعداد القطرية بعدها، وهي ١ + ٢ + ٢ + ٤ + ١ = ١٠ ، فيكتب صفر، ويجمع أعلى الأعداد القطرية بعدها، وهي ١ + ٢ + ١ + ٠ + ١ = ٥. وبذلك يكون حاصل الضرب ٤٠٠٩٥، ويبدو هذا الناتج واضحًا إذا تأمّلنا في الجدول الذي مثّلنا به.

وقد شرح أبو الريحان البيروني كتاب الحساب الذي وضعه الخوارزمي، ثمّ قام بترجمة هذه الشروح ابن ماجد من العربية إلى العبرية، وترجم هذا القسم «سميث» و«جنسبرغ» ونشراه في سنة ١٩١٨ في المجلة الأميركية للرياضيات، كما نشر العالم الألماني «ستينشنايدر» اقتباسًا عن الترجمة العبرية عام ١٨٧٠ في مجلة الجمعية الشرقية الألمانية. ويقول العالم الإيطالي «ألدو ميبلي»: «وحسابه المفقود نصّه العربي لا يزال موجودًا في ترجمة لاتينية في القرن الثاني عشر الميلادي. وكان له أعظم الفضل في تعريف العرب واللاتين من بعدهم بنظام العدد الهندي».

وهناك كتاب آخر بعنوان «كتاب الخوارزمي في الحساب العملي» حقّقه يوحنا الإسباني، وقد نشر عام ١٨٥٦، وينسب إلى الخوارزمي أيضًا كتاب في خمسة فصول نشر منه العالم «ألفرد ناجل» عام ١٨٨٩ الفصول الثلاثة التي تعالج الحساب على وجه الخصوص.

ويعتبر كتاب الخوارزمي في الحساب نقطة تحوّل أساسية في هذا العلم، حيث شرح فيه استخدام نظام الأعداد والأرقام الهندية، كما شرح طرق الجمع والطرح والقسمة والضرب وحساب الكسور. وقد نقل هذا الكتاب إلى إسبانيا، حيث ترجم إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر، ثم حمل الكتاب المترجم إلى جميع أنحاء أوروبة، وترجع أول نسخة منه إلى عام ١١٤٣م، وهي مكتوبة بخط اليد، وتوجد اليوم في مكتبة البلاط في ڤيينا، ووجدت نسخة ثانية منه في دير «سالم» وهي محفوظة الآن في «هايدلبرغ»، كما توجد نسخة لاتينية منه في مكتبة كامبردج ترجمت إلى اللغة الإيطالية ونشرها الأمير «بلدساري» عام ١٨٥٧.

ثم إنه حوالى عام ١٢٢٠م وضع ألكسندر دي ڤيلادي كتابًا نظمه شعرًا على نسق ألفية ابن مالك يتضمّن كتاب الخوارزمي في الحساب أسماه «Garmen de Algorismo»، كذلك وضع يوحنا الهاليڤاكسي كتابه «Algorismus Vulgaris» الذي يلخّص فيه كتاب الخوارزمي ويشرحه، وقد بقي الكتابان يستعملان لتعليم الحساب في المدارس والجامعات الأوروبية قرونًا طويلة، وهناك نسخ متعددة من الكتاب الأول في جميع مكتبات أوروبة، ونسخ أكثر عددًا من الكتاب الثاني، وحتى بعد انتشار الطباعة بقي كتاب يوحنا الهاليڤاكسي من الكتب المقررة في الجامعات حتى القرنين الخامس عشر والسادس عشر الميلاديين.

يُذكر أنّ الخوارزمي اطّلع في أثناء بعثته التي أرسله فيها المأمون على أشكال شتى للأرقام الهندية والتي تشكل منها نمطان مختلفان سمّي الأول منها الأرقام الهندية التي انتشرت بين عرب المشرق وخصوصًا في مصر وسورية والعراق، والتي استقرّت على هذا الوجه: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٠، وسمّي النمط الثاني الأرقام الغبارية، وذلك لأنّ الهنود كانوا يأخذون غبارًا لطيفًا ويبسطونه على لوح خشبي، أو غيره، ويرسمون عليه الأرقام التي يحتاجون إليها في عملياتهم الحسابية ومعاملاتهم التجارية، وقد انتشرت لدى بلاد المغرب والأندلس، ومن طريق هذه الأخيرة وبوساطة المعاملات التجارية والرحلات المتبادلة دخلت إلى أوروبة وعرفت بالأرقام العربية.

ويُقال إنّ الأرقام التي عرفها الخوارزمي، هندية وغبارية، لها أصل واحد، ولكنّ التحوير والتغيير أصابا قسمًا منها فتطوّر وتبدّل في حين حافظ الباقي على حالته الأولى، ويستدلّ القائلون بهذا التبدّل بأن الواحد والتسعة حافظا على حالهما ١، ٩ - 1, 9 أمّا الاثنان والثلاثة فلم يتغييّرا إطلاقًا، فهما يكتبان عند عرب المشرق كتابة رأسية ٢، ٣ وعند عرب المغرب كتاب أفقية ٢، ٣، والأربعة تشبه هذا، أمّا بقية الأرقام فقد حصل فيها تطوّر، وتداخل بعضها في بعض ممّا استلزم الكثير من الحذر عند التعرّف عليها في المخطوطات القديمة. أمّا الصفر فهو يعبّر عن خلو المرتبة، وكان يرد في المخطوطات الأولى دائرة داخلها نقطة ⊙ أي مرتبة خالية، فأخذ عرب المشرق النقطة وتركوا الدائرة فيما أخذ عرب المغرب الدائرة وأهملوا النقطة.

والواقع أنّ للأرقام التي جاء بها الخوارزمي مزايا عدّة، فهي تقتصر على عشرة رموز بما فيها الصفر، ومن هذه الرموز يمكن تركيب أي عدد مهما كان كبيرًا، على عكس ما وجدناه عند الرومان واليونان والأغارقة. ولعلّ أهم مزايا الأرقام العربية التي دخلت أوروبة، بهذا الاسم، أنها تقوم على النظام العشري، وعلى أساس القيم الوضعية بحيث يكون للرقم

قيمتان، قيمة في نفسه وقيمة بالنسبة إلى المكان الذي يوضع فيه، أضف إلى ما للصفر من أهمية كبيرة في الترقيم واستخدامه في المواضع الخالية من الأرقام، وفي هذا يقول الخوارزمي عند تكلّمه على عمليات الطرح: «في عمليات الطرح إذا لم يكن هناك باق نضع صفرًا ولا نترك المكان خاليًا حتى لا يحدث لبس بين مرتبة الآحاد ومرتبة العشرات».

على أنّ الخوارزمي لم يتوقّف عند حدّ تعليم أوروبة كتابة الأعداد والحساب، بل تخطّى هذه المرحلة إلى الصور المعقّدة من مسائل الرياضيات العصيّة، ولا تزال القاعدة والطريقة الوضعية في حلّ المسائل التي يُطلق عليها اسم «ألغوريثموس» تحمل اسمه حتى يومنا كعلم من أعلامها المبرّزين، وقد استخدم الشاعر الإنجليزي «تشوسر» كلمة «أوغريم» Augrim للدلالة على الصفر، وذلك لأنّ استخدام الصفر وصل من طريق كتاب الخوارزمي في الحساب، وكانت الأعداد حتى بداية القرن الثامن عشر تسمّى باللاتينية «ألغوريثموس»، كما أنّ الكلمة الإسبانية التي تدل على الأرقام هي «غواريزمو». وقد عُرف مؤيّدو الخوارزمي في إسبانيا وألمانيا وإنجلترا الذين كافحوا كفاحًا شديدًا من أجل نشر طريقته الرياضية باسم الخوارزميين «ألغوريثميكر»، وكان انتصارهم على أنصار الطريقة الحسابية القديمة المعروفة باسم «أباكوس» Abacus كبيرًا، فانتشرت إذ ذاك الأرقام العربية التسعة يتقدّمها الصفر في كل أنحاء أوروبة.

ولكن ما إن أطلّ القرن الثالث عشر الميلادي حتى نسي القوم أصل كلمة «ألغوريثموس» وراح الباحثون في ذلك العصر يجهدون أذهانهم في البحث عن أصل تلك الكلمة، ويطرقون أبواب الحضارات والعلوم القديمة بحثًا عن أصلها، ولا يتطرّق إلى ذهن أحد منهم أن يبحث عنها عند العرب.

وقد زعم بعض المتنطّعين أنّ كلمة «ألغوريثموس» تتكوّن من مقطعين: Alleos ومعناها غريب وGoros ومعناها الملاحظة، فيكون معنى الكلمة «ملاحظة الغريب من الأشياء»! ويقول متشدّق آخر إنّها تتكوّن من كلمة Argis أي الإغريقية وكلمة mos أي اصطلاح، فهي تعني «الاصطلاحات الإغريقية». ويقول غير هذا وذاك إنّ الكلمتين يونانيّتان وAlgos بمعنى الرمل الأبيض وRitmos بمعنى العدد هما أدقّ تفسير، ألم يكن الأغارقة يكتبون الأرقام على ألواح نثر عليها رمل أبيض؟[1].

ثم إنّ بعض هؤلاء يقول إنّ أصل الكلمة هو Algos بمعنى فن وRodos بمعنى العدد، أي أن الكلمة تعني «فن الأعداد»، إلى أن يأتي أحدهم فيقترب من الحقيقة الملموسة

---

(١) محمد بن موسى الخوارزمي للكتبي ص ٣٢.

ويقول إن الكلمة تتكوّن من AL وهي «الـ» التعريف بالعربية وArithmus بمعنى العدد الإغريقي، أمّا الحرف G الزائد فلا يؤبه له. وتحدّد المستشرقة الألمانية زيغريد هونكه، صاحبة كتاب «شمس العرب تسطع على الغرب» أنّ الأمر استمرّ حتى سنة ١٨٤٥ حين تعرّف فرنسي يدعى رينو «Reinaud» على اسم الخوارزمي كأصل للكلمة Algorithmus، فجاء بذلك الحل الصحيح للمشكلة.

ولمّا أخذ الأوروبيون الأرقام العربية نقلوا معها طريقتهم في قراءة الأرقام، وفي كتابتها من اليمين إلى اليسار، الآحاد فالعشرات، وأول من ساعد في نشر هذه الطريقة من علمائهم العالم «جربرت»، الذي اعتلى الكرسي البابوي باسم البابا سلفسترس الثاني، فقد أحبّ هذا العالم العلوم العربية وتعلّق بها، فتعلّم عن علمائها أشياء لم يكن أحد في أوروبة قد سمع بها، وكان أهم ما تعلّمه منها نظام الأرقام العربية وذلك عبر الحدود الإسبانية، فكان بهذا العمل أول عالم غربي يتعلّم الأرقام ويستخدمها ويعلّمها لتلاميذه، ولكنه ـ للأسف ـ لم يستطع نشرها بين بني قومه لأسباب فوق طاقته، وقد كلّف «جربرت» أحد الصنّاع ليعمل له لوحًا حسابيًا من الجلد كالألواح المستخدمة في ذلك الوقت على طريقة «أباكوس»، وهي مقسّمة بخطوط عمودية إلى مراتب: مرتبة الآحاد ومرتبة للعشرات وثالثة للمئات و... غير أنه استخدم الطريقة العربية بإعطاء الأرقام قيمتها الوضعية، كما استخدم رموز الأرقام العربية الغريبة بالنسبة إلى بني قومه، وكذلك أسماءها، والتي دوّنها من بعده «رادولف ڤون لاون» في القرن الثاني عشر الميلادي، وكانت مسميّاتها على هذا الشكل:

واحد	igin
اثنان	Andras
ثلاثة	Armis
أربعة	Arbas
خمسة	Quimas
ستة	Calctis
سبعة	Zenis
ثمانية	Temenies
تسعة	Zelentis

وهي كلها ألفاظ مأخوذة عن الأرقام العربية، غير أن التحريف أصابها وأبعدها عن أصلها العربي، وإن كانت بيّنة جليّة بالألفاظ الثلاث: أربعة، خمسة، وثمانية.

لا شكّ أنّ الأرقام التي استخدمها «جربرت»، والتي اقتبسها من الأندلس من طريق الحدود الإسبانية، كانت تختلف في شكلها عن أرقام عالمنا الخوارزمي، ويدل على ذلك ما ذكره الخوارزمي نفسه من أنّ هناك نوعين من رموز الأرقام الهندية اقتبسهما العرب وطوروهما، واحد منهما انتشر في المشرق العربي وعُرف بالأرقام الهندية، والثاني عمّ في المغرب العربي وسمي الأرقام العربية الغبارية، وهو أصل الأرقام الأوروبية الحالية، وقد أيّد أبو الريحان البيروني، في خلال رحلاته إلى الهند، ذلك بقوله: «إنّ الحروف الأبجدية، وكذلك الأرقام تختلف في الهند من إقليم إلى آخر».

وبعد «جربرت» برز «بريلينوس» تلميذه الذي أوضح طريقته في استخدام اللوح على الطريقة العربية، غير أنه لم ينجح في تعميم الفكرة لأنّ الصفر لم يكن معروفًا في ذلك الوقت في بلاد الأندلس، إذ كان الأندلسيون يضعون نقاطًا فوق الأرقام بدل الصفر للتعرّف على مرتبة العدد، فنقطة للآحاد ونقطتان للعشرات، وبذلك لم يكونوا بحاجة إلى الصفر، ولكنهم لم يعتّموا أن تعلّموا من عرب المشرق استعمال الصفر فأدخلوه كرقم في مجموعة أرقامهم.

وهكذا لعب الكتاب في الشرق كما في الغرب دور الوساطة، لقد ترجم كتاب «براهما جوبتا» الهندي بأرقامه إلى اللغة العربية عام ٧٧١م، ثم قام الخوارزمي بدافع من الخليفة المأمون بوضع مؤلفات عديدة أخرج من طريقها الأرقام العشرة بما فيها الصفر إلى حيّز الاستخدام اليومي في المعاملات التجارية. وعندما ترجم كتاب الحساب للخوارزمي إلى اللاتينية عام ١١٤٣م أمكن للأوروبيين أن يتعرّفوا على الأرقام العربية العشرة بما في ذلك الصفر.

العرب وعلم الهيئة

كان علم الفلك أول ما اعتُني به في بغداد، ولم يدرس العرب وحدهم مسائله، بل سار على طريقهم وارثوهم أيضًا، ولا سيما حفيد تيمورلنك أولوغ بك الشهير بزيجه، والذي يمكن اعتباره الممثّل الوحيد لمدرسة بغداد التي دام زمن ازدهارها سبعة قرون (٧٥٠ - ١٤٥٠م).

وكانت بغداد مركزًا مهمًّا لمباحث علم الفلك، ولكنها لم تكن مركز هذه المباحث الوحيد، فالمراصد التي كانت قائمة في البلاد الممتدة من آسية الوسطى إلى المحيط الأطلنطي كثيرة، ومنها ما كان في دمشق وسمرقند والقاهرة وفاس وطليطلة وقرطبة، وأهم مدارس الفلك ما كان منها في بغداد والقاهرة والأندلس.

ومنذ اتخاذ خلفاء بني العباس مدينة بغداد، التي أُقيمت سنة ٧٦٢م، عاصمة لدولتهم، راحوا يحثّون على دراسة علم الفلك وعلى ترجمة ما ألّفه أوقليدس وأرشميدس وبطليموس، وترجمة كتب اليونان في تلك العلوم، وأخذوا يستدعون العلماء الذين كانوا على شيء من الشهرة في بلادهم.

وقد أدّت مدرسة بغداد الفلكية في زمن هارون الرشيد، وفي زمن ابنه المأمون من بعده، على وجه الخصوص، إلى أعمال ونتائج مهمّة، فأُدمجت مجموعة الأرصاد التي تمّ بناؤها في المراصد ببغداد ودمشق في كتاب «الزيج المصحّح» الذي ضاع كما ضاع الكثير من تراثنا العربي، ومع ذلك يمكننا أن ندرك صحّة الأرصاد التي اشتمل عليها هذا الكتاب من الدقّة الشديدة التي عُيّن بها انحراف سمت الشمس في ذلك الزمن، إذ كان رقم الانحراف، كما حُقّق فيه، ٢٣ درجة و٣٣ دقيقة و٥٢ ثانية، أي ما يَعْدِل الرقم المعروف في عصرنا الحاضر.

ونشأ عن رصد العرب للاعتدال الشمسي تعيينهم مدة السنة بالضبط، كما أقدم العرب على قياس خط نصف النهار الذي لم يوفّق إليه إلّا بعد مرور ألف سنة ويزيد، وأنجزوا هذا القياس بحسابهم المسافة الواقعة بين نقطة البداية التي سار منها الراصدون ونقطة النهاية التي ظهر فيها اختلاف في ارتفاع القطب درجة واحدة، ولم نعلم النتيجة لجهلنا المقدار الصحيح لوحدة الطول التي اصطلحوا عليها، ونستبعد، مع ذلك، أن يكون الرقم

الذي توصّلوا إليه صحيحًا تمامًا بعد النظر إلى قِصَر ذلك الخط.

ومن أعمال فلكيي مدرسة بغداد الأخرى نذكر ما وضعوه من التقاويم لأمكنة الكواكب السيّارة وتعيينهم مبادرة الاعتداليْن بالتحديد.

وقد وصلت إلينا أسماء بعض علماء الفلك في ذلك العصر، ومن أشهرهم البتّاني الذي عاش في القرن الرابع الهجري، وتوفّي سنة ٣١٧هـ / ٩٢٩م، والذي كان له من الشأن بين العرب ما لبطليموس بين الأغارقة، وقد احتوى كتابه «زيج الصابي» على معارف زمنه الفلكية، كما احتوى كتاب بطليموس. ولم يصل إلينا النص الأصلي لأزياجه التي لم تعرفها أوروبة إلّا بعد ترجمتها إلى اللاتينية المحرّفة، مع الأسف، ووضع «جوزف لالاند» العالم الفرنسي الفلكي الشهير (١٧٣٢ - ١٨٠٧م) البتّاني في مصاف الفلكيين العشرين الذين عُدّوا أشهر علماء الفلك في العالم.

واشتهر أبناء موسى بن شاكر الثلاثة، الذين عاشوا في القرن التاسع الميلادي، بأنهم من علماء الفلك أيضًا، فقد عيّنوا بدقة لم تكن معروفة قبلهم مبادرة الاعتداليْن، ووضعوا تقاويم لأمكنة النجوم السيارة، وقاسوا عرض مدينة بغداد في سنة ٩٥٩م وقيّدوه ٣٣ درجة و٢٠ دقيقة، أي برقم يصح بعشر ثوان على وجه التقريب.

ومن ألمع علماء الفلك الذين برّزوا بعد هؤلاء أبو الوفاء البوزجاني، المتوفّى في بغداد سنة ٣٨٨هـ / ٩٩٨م، وممّا عرفه هذا العالم الفلكي هو الاختلاف القمري الثالث الذي لم يكن معروفًا، وذلك كما ظهر من كتابه العربي الخطيّ الشهير الذي عثر عليه «سيديو» منذ سنين مضت، وذلك أنه استوقف نظره ما في نظرية بطليموس من النقص في أمر القمر، فبحث في أسبابه، فرأى أنّ اختلافًا ثالثًا غير المعادلة المركزية والاختلاف الدوريّ يُعرف اليوم بالاختلاف. والحق أنّ هذا الاكتشاف، الذي عُزيَ بعد أبي الوفاء بستمائة سنة إلى «تيخوبراهه» عظيم إلى الغاية، فقد استدلّ «سيديو» على وصول مدرسة بغداد، في أواخر القرن العاشر الميلادي، إلى أقصى ما يمكن علم الفلك أن يصل إليه دون مراقب ولا نظّارة.

والواقع أنّ أبا الوفاء كان مجهّزًا بآلات متقنة الصنع، فقد عاين انحراف سمت الشمس بربع دائرة يبلغ نصف قطرها إحدى وعشرين قدمًا، أي يبلغ من الاتساع ما يُعدّ كبيرًا في المراصد الحديثة.

بعد ذلك، أدّت الأحداث، في أواخر القرن العاشر الميلادي، إلى انحطاط سلطان الخلافة العباسية في بغداد، ممّا استتبع فتورًا في الدراسات والأبحاث والأرصاد، ونشأ عن انقسام الدولة وغزوات السلجوقيين والحروب الصليبية وغارات المغول، اضطراب البلاد

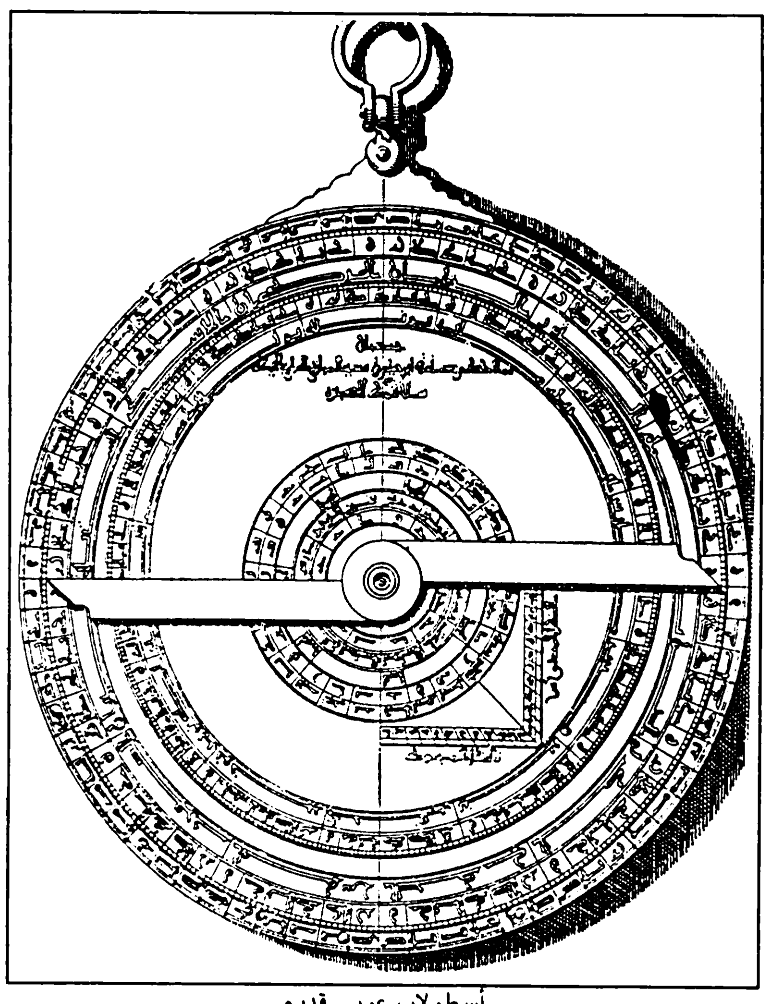
وقيام القاهرة وجامعات الأندلس العربية العظيمة مقام بغداد في ريادة الإسلام العلمية. ومع هذا لم تكفّ بغداد عن الخوض في العلوم، وكان حب العرب للعلم من القوة بحيث لم تمنعهم الحروب والفتن الأهلية وغارات الطامعين من الاهتمام له، وبلغ العرب من سعة المعارف ما أثّروا معه تأثيرًا كبيرًا في قاهريهم، وما صار معه هؤلاء الغالبون حُماةً لهم من فورهم[1].

ولا شيء أشد اعتزازًا من انتصار حضارة العرب على همجية جميع الغزاة، ومن تخرُّج هؤلاء الغزاة على مدرسة العرب المغلوبين، فقد دام عمل العرب في حقل الحضارة إلى ما بعد زوال سلطانهم السياسي بزمن طويل، ودام بفضل ذلك تقدّم بغداد العلميّ بعد أن سقطت في أيدي الأجانب، ومن ثمَّ حافظت مدرسة بغداد الفلكية على ازدهارها حتى أواسط القرن الخامس عشر الميلادي، ولم تنقطع عن نشر رسائل مهمة في الفلك، ومن ذلك ما نشره أبو الريحان البيروني، الذي كان مشيرًا للسلطان محمود الغزنوي، سنة ١٠٣٠م، من مقالة في «تصحيح الطول والعرض لمساكن المعمور من الأرض»، وهذا العالم زار بلاد الهند وعلّم الهندوس ما انتهت إليه مدرسة بغداد، ومن هنا أمر السلطان ملكشاه السلجوقي، في سنة ١٠٧٩م، بالقيام بأرصاد أسفرت عن إصلاح التقويم السنوي بما هو أفضل من التقويم الغريغوري الذي تمّ بعد ستمائة سنة، وذلك لأنّ التقويم الغريغوري يؤدي إلى خطإ ثلاثة أيام في كل عشرة آلاف سنة، مع أن التقويم العربيّ لا يؤدي إلّا إلى خطإ يومين في مثل ذلك الزمن.

والمغول لم يكونوا أقل اعتناء بالعلماء والعلم من السلجوقيين، فقد استقدم هولاكو خان في سنة ١٢٥٩م أفضل علماء العرب إلى بلاطه، وأقام في «مراغة» مرصدًا كبيرًا أنموذجيًا، ولم يلبث كوبلاي خان، أخو هولاكو، أن نقل إلى بلاد الصين التي افتتحها كتب علماء مدرسة بغداد والقاهرة في علم الفلك، ونحن نعلم أنّ فلكيي الصين، ولا سيما «كوشوكنغ» (١٢٨٠م) استنبطوا معارفهم الفلكية الأساسية من تلك الكتب.

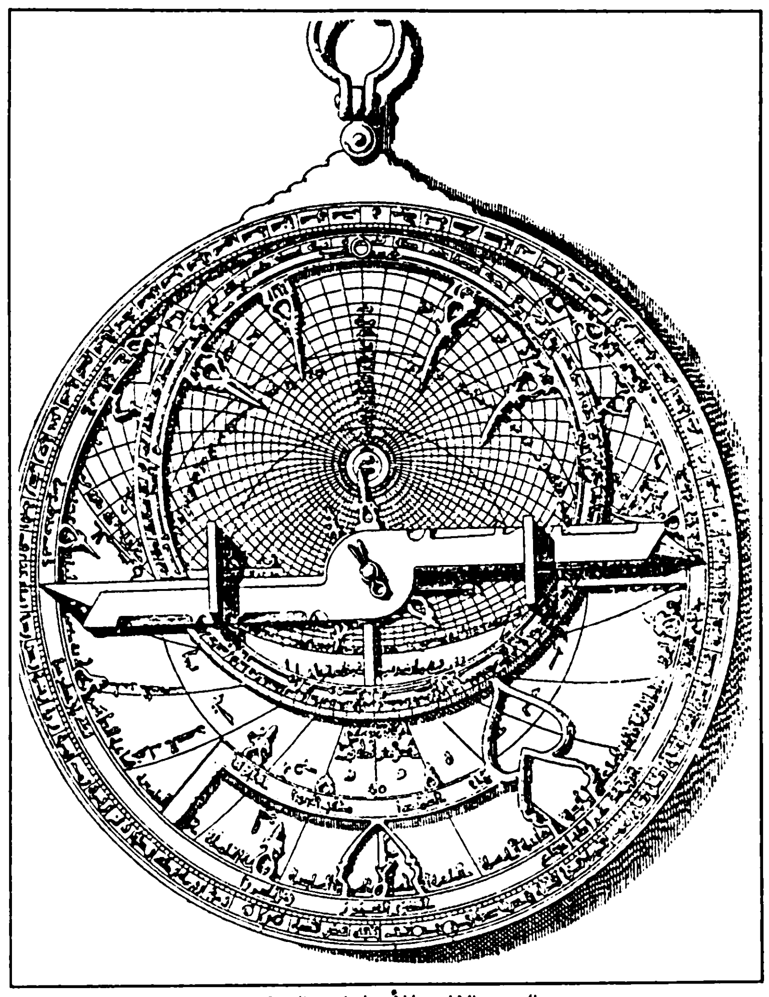
---

(١) حضارة العرب ص ٤٥٨.



أسطرلاب عربي قديم

وحين استقرّ تيمورلنك بسمرقند، التي اتخذها عاصمة دولته العظمى، جمع حوله فريقًا من علماء العرب، ولمّا آل سلطان سمرقند إلى حفيده أولوغ بك، أقبل على علم الفلك بنشاط كبير، وأحاط نفسه بعدد غير قليل من علماء المسلمين، واستطاع بما لديه من الثروة أن يصنع آلات رصدية كانت غير معروفة قبل ذلك التاريخ، وقيل إنه أنشأ ربع دائرة يبلغ نصف قطرها ارتفاع كنيسة آيا صوفيا في القسطنطينية، ويمكن اعتبار أولوغ بك هذا، الذي لا يفصله عن العالم «كيپلر» سوى قرن ونصف قرن من الزمن، آخر ممثّل لمدرسة بغداد الفلكية، أي أنه كان صلة الوصل بين القدماء السالفين والعلماء اللاحقين لما قام به من الأعمال والإنجازات الفلكية.



الوجه الثاني للأسطرلاب المذكور

ويُعتبر الكتاب الذي نشره أولوغ بك في سنة ١٤٣٧م صورة صادقة عن المعارف الفلكية التي انتهت إليها المدرسة العربية في أواسط القرن الخامس عشر الميلادي، وقد بحث المؤلّف في القسم الأول منه في مسائل علم الفلك، ودرس فيه أقسام الوقت وموضوع التقويم، ومبادئ علم الفلك العامة، ثم مواضيع هذا العلم العلمية كحساب الكسوف والخسوف وصناعة الأزياج واستخدامها، وتشتمل هذه الأزياج على فهارس الكواكب وحركات الشمس والقمر والكواكب السيّارة، وطول أهم مدن العالم وعرضها، ومن هذه المدن مدينة سمرقند. وقد خُتم الكتاب بمباحث في فن التنجيم الخيالي الذي كان معتبرًا جدًّا في زمن أولوغ بك.

والمعروف أنّ اشتغال أولوغ بك بعلم التنجيم أدّى إلى مصرعه، وذلك أنّه تخيّل، من اقترانات بعض الكواكب السيّارة، أنّ ابنه البكر سيقتله، وأنّه جرّد ابنه هذا من مناصبه، وأنّ هذا الابن ثار على أبيه من فوره وغلبه، وأنّ أباه أولوغ بك هرب إلى التركستان، ثم رجع إلى سمرقند على الرغم من تحذير النجوم فقتله ابنه.

ورغم ذلك فإنّ جميع علماء الفلك اعتقدوا صحّة فن التنجيم، ومنهم فلكيّو أوروبة إلى زمن غير بعيد، حتى إنّ «كيبلر» نفسه، العالم الكبير، كان على هذا الاعتقاد فألّف تقاويم «تنبّؤيّة».

وإلى جانب مدرسة بغداد الفلكية نذكر مدرسة القاهرة التي أخذت، بعد أن فُصلت عن بغداد في أواخر القرن العاشر الميلادي، تنافسها في ميدان العلوم، فقد اعتنى ولاة الأمر فيها بعلم الفلك اعتناء ولاة بغداد، وقد أصبح المرصد الذي أُنشئ على جبل المقطّم، والقائمة عليه القلعة في الوقت الحاضر، من الطراز الأول، وفي مرصد القاهرة وضع ابن يونس، المتوفى سنة ١٠٠٧م، الزيج الكبير الذي سمّاه «الزيج الحاكميّ»، زمن الحاكم، والذي حلّ محلّ الأزياج التي وضعت قبله، وقد استُنسخ الزيج الحاكمي في جميع كتب الفلك ومنها الكتاب الذي وضعه الصيني «كوشو كنغ» سنة ١٢٨٠م.

وقد روى ابن السنبديّ، الذي كان مقيمًا في القاهرة سنة ١٠٤٠م، أن مكتبة هذه المدينة كانت تحتوي، في القرن الحادي عشر الميلادي، على كرتيْن فلكيّتيْن وستة آلاف مؤلَّف في الرياضيات وعلم الفلك.

ولم تكن آثار العرب الفلكية في الأندلس أقلّ أهمية من آثار العلماء المسلمين الفلكية في الشرق، ولكن لم يبق منها غير القليل لأنّ الإسبان أتلفوا المخطوطات إتلافًا منظّمًا، ولم تُترجم هذه الآثار القليلة التي نجت من الإتلاف والتحريق، والمرجح أنها لن تترجم لما تقتضيه من معرفة تامة للغة العرب والاصطلاحات الفنية التي لا يفقهها إلّا المتخصّصون.

ولا يُعرف عن معظم فلكيي العرب في الأندلس شيء غير أسمائهم، ولا يُعلم عن كتبهم غير إشارات موجزة تكفي لبيان أهميتهم، ومن ذلك أنّ ولد الزرقيال، الذي كان حيًّا حوالى سنة ١٠٨٠م، قام بـ ٤٠٢ رصد ليُعيّن البعد الأقصى للشمس، وأنّه عيّن مقدار حركة المبادرة السنوية لنقطتي الاعتداليْن بخمسين ثانية، أي ما يعادل ما جاء في الأزياج الحديثة تمامًا، وأنه كان يرقب الأفلاك بآلات ابتكرها بنفسه، وأنه صنع ساعات دقّاقة.

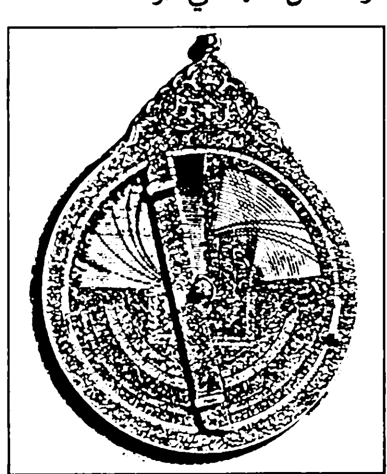
وإذا لم تكن كتب عرب الأندلس في علم الفلك موجودة فقد أمكن الاستدلال على مضمونها بما ورد في كتب نصارى ذلك الزمن، ومن ذلك ما توصّل إليه «سيديو»، الذي درس رسائل الملك الأذفونش العاشر القشتالي الفلكية وما شابهها، من النتائج القائلة

إنّ العرب سبقوا «كيبلر» و«كوپرنيك» في اكتشاف حركات الكواكب السيّارة على شكل بيضي وفي نظرية دوران الأرض، وإنّ أزياج الأذفونش المسماة «الأزياج الأذفونشية» كانت مأخوذة عن العرب.

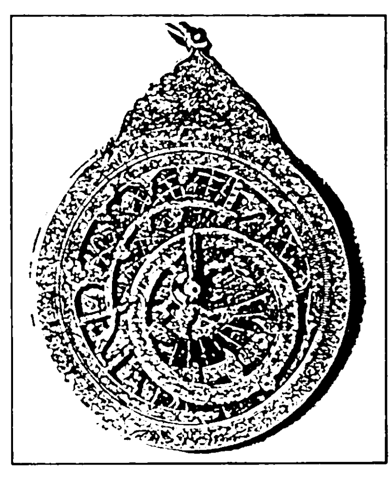
في ذلك العصر، كان علماء الفلك في إفريقية، ولا سيما في طنجة وفاس ومراكش، ينافسون علماء الفلك في الأندلس، ولكننا لا نعلم آثارهم، تمامًا كما نجهل آثار علماء الأندلس، ونعلم إلى ذلك أنّ أبا الحسن المرّاكشي، الذي عاش في القرن الثالث عشر الميلادي، عَيَّنَ بدقّة لم يسبقه إليها أحد العرض والطول لإحدى وأربعين مدينة إفريقية واقعة بين مراكش والقاهرة، أي ما مسافته تسعمائة فرسخ، وأنّه قيّد مشاهداته في كتابه «جامع المبادئ والغايات في علم الميقات» الذي تضمّن معارف نفيسة لآلات الرصد العربية، وقد ترجم «سيديو» بعضًا منه.

وفي سبيل تعيين الوقت بالضبط استخدم العرب «المِزولة»، ولم يعرفوا غيرها، كما لم تكن ساعاتهم صالحة للمباحث الفلكية الدقيقة لعدم تطبيقهم الرقّاص عليها.

وكان العلماء العرب يُعيّنون الزوايا بأرباع الدائرة والأسطرلاب، وقد وصل إلينا عدد غير قليل من الأسطرلابات، وفي مكتبة باريس الوطنية وحدها يوجد ثلاثة أسطرلابات، ومن ينعم النظر في تصميمها يعلم أنها تدلّ على حذق كبير في الصنعة، وأنه يصعب صنع ما هو أفضل منها في يومنا.



وجه سابق لأسطرلاب عربي محفوظ في المكتبة الوطنية بباريس(*)



وجه لاحق لذلك الأسطرلاب

(*) عن «حضارة العرب» لـ «لوبون» ص ٤٦٢ و٤٦٣.

أمّا بيان تركيب الأسطرلاب فهو مؤلّف من قرص معدني مقسّم إلى درجات، ويدور على هذا القرص عدّاد ذو ثقبين في طرفيه، ويُعلّق الأسطرلاب من حلقته تعليقًا عموديًا، ثم يوجّه العدّاد نحو الشمس، فمتى مرّت أشعة الشمس من ذينك الثقبين قُرئ ارتفاع الكوكب من الحدّ الذي وقف العدّاد عنده.

وكانت أرباع الدائرة كبيرة في المرصد أحيانًا ولا فائدة من استعمالها في الوقت الحاضر بعد اختراع آلة «ڤرنيه» الدقيقة التي نتمكّن بها من معرفة الدقائق والثواني في أصغر الآلات، ولكن بما أن حيازة دائرة مشتملة على تقسيم الدرجات إلى دقائق، والدقائق إلى ثوان، تتطلّب نصف قطر كبير بحكم الطبيعة كان من عادة فلكيي العرب أن يكتفوا بتقسيم الدقيقة إلى اثني عشر قسمًا فيدلّ كل قسم من هذه الأقسام على خمس ثوان.

كما كان علماء العرب الفلكيون يقيسون ارتفاع الشمس بامتداد ظلّ ميلٍ على سطح أفقيّ، ويكون مثل هذا القياس دقيقًا عندما تكون الآلة المنصوبة مرتفعة.

الخوارزمي وعلم الفلك

علم الهيئة كما ورد في مقدّمة ابن خلدون[١] علم ينظر في حركات الكواكب الثابتة، في رأي العين، والمتحركة والمتحيّرة، أي التي تتقدّم حينًا على الشمس وتتأخّر عنها حينًا ويتقدّم بعضها على بعض مرّة بعد مرّة وتختلف مواقعها في السماء بين وقت وآخر، فهي تتحيّر في السماء. ومن فروعه علم الأزياج؛ والزيج جدول فيه حساب مواقع النجوم والكواكب واحدًا واحدًا مع حسبان حركاتها في كل زمن وكل وقت.

في الجاهلية، كان للعرب ملاحظات فلكية كثيرة بالإضافة إلى ما كانوا أخذوه عن الشعوب المجاورة لهم كالكلدانيين على وجه الخصوص، فقد عرفوا مواقع النجوم وحساب سيرها التقريبي في رأي العين، واستدلّوا بذلك على الأزمان، أي الفصول، والأوقات. كما عرف عرب الجاهلية عددًا كبيرًا من النجوم والكواكب بأسمائها العربية والفارسية والكلدانية، فالمريخ تعريب الاسم الآرامي (الكلداني البابلي) مردوخ، ثم عرفوا زحل والمشتري والزهرة والمريخ بأسمائها الفارسية: كيوان، برجيس، أناهيد، وبَهرام. وهناك الكثير من أسماء النجوم والمصطلحات الفلكية في اللغات الأجنبية مأخوذة عن الألفاظ العربية الجاهلية.

كما كان لعرب الجاهلية اعتناء بحركات القمر فحسبوا به الشهور والسنين. ثم رأوا أنّ الفصول الأربعة يختلف وقوعها في الأشهر القمرية بين سنة وسنة، فلجأوا إلى «النسيء»، أي تأخير الشهور، فكانوا يكبسون السنين فيزيدون في كل سنة ثالثة شهرًا. وكانوا انتدبوا رجلًا من بني كنانة يُدعى القَلَمّس وعهدوا إليه، ثم إلى أبنائه من بعده، بأن يتولّى حسبان النسيء وإعلانه في موسم الحج، وكان حسبان النسيء في ذلك العصر مضطربًا وتقريبيًّا إذ لم يكن لعرب الجاهلية معرفة بقواعد الهندسة والمثلثات، وبقي النسيء على تلك الحال من الاضطراب حتى جاء الإسلام فحرّمه سنة ١٠هـ / ٦٣١م.

وفي ظل الإسلام بدا أنّ ممارسة بعض الفرائض يتطلّب الإلمام ببعض المعارف الفلكية، كمعرفة الأهلّة في شهر الصيام، وتعيين أيام الأعياد والمعرفة بأوقات الصلاة،

---

(١) المقدمة ص ٩٠٥.

وتحديد الاتجاهات وخصوصًا تجاه القبلة، علمًا بأنَّ الدين الحنيف وقف من التنجيم موقف عدم رضا، وذلك حسبما نعلم ـ ليتوجّه الناس إلى الفاعل الحقيقي اللّه تعالى ـ بعد أن كانوا يولون وجوههم نحو الأفلاك.

وتبعًا للمصادر العربية الموثوقة في هذا السياق، فإنّ خالد بن يزيد هو أول من نُقِل له كتاب في علم النجوم، في العصر الأموي، ومن المحتمل أن يكون هذا الكتاب الذي ترجم من اليونانية إلى العربية في علم الفلك هو كتاب «عرض مفتاح النجوم» لهرمس الحكيم.

ولم يكن للعرب كبير اهتمام برصد الكواكب والنجوم ولا بحساب حركاتها على منهج علمي وقواعد ثابتة حتى جاء العصر العباسي سنة ١٣٢هـ / ٧٥٠م فاتّسعت حركة النقل. وفي أيّام المنصور ـ سنة ١٥٤هـ ـ نقل العرب كتاب السدهانتا (السندهند) وكتاب المجسطي، وألّف أبو إسحاق إبراهيم بن حبيب الفزاري كتابًا بناه على كتاب السندهند واستخرج منه زيجاً حوّل فيه سنيّ الهنود النجومية إلى سنين عربية قمرية، وكان إبراهيم ماهرًا في صناعة الأسطرلاب بارعًا في العمل به.

وكان المأمون خليفة عالمًا ومحبًّا للعلم، عرف أنّ الأقدمين قاسوا محيط الأرض أقيسة مختلفة، فأراد أن يعرف القياس الدقيق، فأمر فريقين من المهندسين، فريقًا فيه سند بن عليّ وخالد بن عبد الله المروزي، وفريقًا فيه علي بن عيسى الأسطرلابي وعلي بن البحتري، بأن يذهبا إلى بقعتين مختلفتين ثم يقيسا درجة واحدة من محيط الأرض على الدائرة العظمى. وفي هذا العمل الذي أُنيط بهؤلاء العلماء لمحات من العبقرية ثلاث: الاعتقاد بكروية الأرض في ذلك العصر، الاكتفاء بقياس درجة واحدة من محيط الدائرة (الأرض)، القيام بالقياس في بقعتين مختلفتين.

ثم إنّ الخوارزمي اشتغل بالفلك وصنع زيجًا بناه على السندهند، وجمع فيه بين مذاهب الهند ومذاهب الفرس وبين مذهب بطليموس، أي المذهب اليوناني، ولكنه جعله على السنين الفارسية، وقد كان لهذا الزيج أثر عظيم في الشرق والغرب.

وقد عرّف ابن النديم في «الفهرست» بالخوارزمي، بقوله «من أصحاب علم الهيئة» وهذا يدلّ على أن شهرته في عصره كانت تعود لكونه فلكيًّا أكثر من كونه عالمًا في الرياضيّات عمومًا، وفي الجبر بنوع خصوصي.

عمل الخوارزمي جداول فلكيّة، أزياجًا، نشرها في كتاب عُرف باسم «زيج

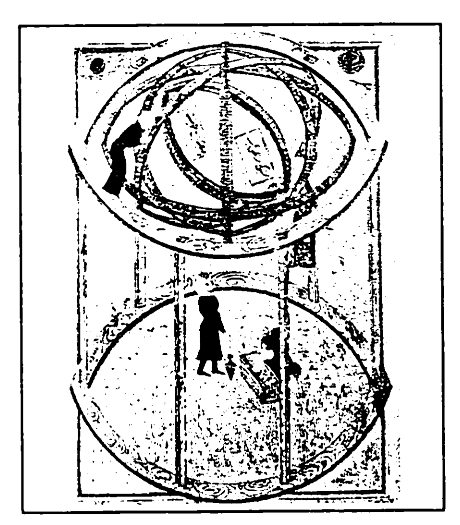
السندهند»، وهو بنسختين:

أ ـ **«زيج السندهند الصغير»**، وقد قام بمراجعته وتعديله العالم الأندلسي مَسْلمة المجريطي (ت ٣٩٨هـ / ١٠٠٧م) حتى يوافق خط زوال مدينة قرطبة، وقام بترجمة هذه النسخة المعدّلة إلى اللغة اللاتينية المترجم «أدلارد الباثي» في القرن الثاني عشر الميلادي، ونالت شهرة واسعة في أوروبا بوصفها أول أثر عربي متأثر بالفلك الهندي عرفه الأوروبيون، وعُرف هذا الزيج باسم «زيج الخوارزمي ـ مسلمة». وقد فُقدت النسخة العربية للسندهند الصغير بعد ذلك، وما نعرفه عنها اليوم باللغة العربية راجع إلى إعادة نقلها من اللاتينية إلى العربية.

ب ـ **«زيج السندهند الكبير»** ونسخته مفقودة هي أيضًا، ونحن نعرف بوجوده من خلال شرح عليه قام به في القرن الرابع الهجري / العاشر الميلادي الفلكي ابن المثنّى الأندلسي الذي ضاعت نسخة شرحه أيضًا ولم يبق منها إلّا ترجمتان واحدة عبرية والثانية لاتينية.

ولزيج الخوارزمي أهمية خاصّة في تاريخ الفلك عمومًا وتاريخ الفلك العربي خصوصًا، فهو أول محاولة للجمع بطريقة تجريبية بين نظريات الهنود ونظريات اليونان الفلكية. فمصدره الهندي هو «رسالة السندهند» التي نقلها إلى العربية إبراهيم بن حبيب الفزاري، ومصدره اليوناني هو الجداول المختصرة التي وضعها الفلكي الإسكندراني اليوناني ثاون، وربّما كتاب «الجداول الميسّرة» لبطليموس، ولكنه لم يعرف كتاب بطليموس الشهير «المجسطي»، ومع ذلك فهو لم يكترث للتوفيق بين هذين المصدرين الهندي واليوناني، وثمة مصدر أخير هو «زيج الشاه» الفارسي.

وقد وضع أبو الريحان البيروني كتابين كبيرين شرح فيهما جداول الخوارزمي الفلكية وجداول الفلكي حبش الحاسب، غير أنّ هذين الكتابين فُقدا. كما أن العالم الفلكي الأندلسي الزرقالي أخذ أجزاء من زيج الخوارزمي لقياس خطوط عرض الكواكب عندما وضع «جداول طليطلة» الفلكية.



آلة فلكية من القرن الثالث الهجري (عصر الخوارزمي) ذات الحلق تمثّل مواقع الأفلاك والكواكب في الكرة السماوية، ويُلاظ حجم الآلة الكبير الذي يضم الفلكيين داخله.

ترك الخوارزمي كتابين في عمل الأسطرلاب، أحدهما ما زال محفوظاً إلى اليوم، وهو أقدم مؤلّف عربي محفوظ في هذا الموضوع الذي توسّع العرب فيه كثيرًا بعد ذلك، والرياضيات المستخدمة فيه سهلة جدًّا، وفيه بحث شيّق حول عمل «المِزوَلة» لتحديد أوقات النهار في ساعات زمنية محدّدة وفقًا لموقع الشمس. وفي الجغرافيا المستندة إلى علم الفلك، أصلح الخوارزمي بمقدار عشر درجات القيمة المبالغ فيها التي أعطاها بطليموس لطول البحر المتوسّط.

ولا شك أنّ جداول الخوارزمي تُعتبر محاولة أولية في علم الفلك العربي، وستصبح على درجة من الأهمية بعدما سيتعرّف الفلكيون العرب على ترجمة كتاب بطليموس «المجسطي» الغنيّ بالاستدلالات النظرية والبراهين الهندسية.



أسطرلاب عربي من القرن الثالث الهجري
(عصر الخوارزمي)

العرب والعلوم الجغرافية

ريادات العرب الجغرافية

كان العرب من الرحّالة الجوّابة المقاديم في كل زمن، وكانوا لا يخشون المساوف والمراحل، واليوم أيضًا نجدهم يأتون مكة من أقصى البقاع ويجوبون بقوافلهم داخل إفريقية كأمر بسيط، فيصادفهم فيها الأوروبيون الذين لا يبلغونها إلّا بشقّ الأنفس.

وكان للعرب منذ السنين الأولى من قيام دولتهم علائق تجارية بما كان الأوروبيون يشكّون في وجوده من البلدان كالصين وبعض البقاع الروسية ومجاهل إفريقية. وكان طليعة روّاد العرب مؤلّفة من تجّار يسيحون للتجارة، وعلى ما كان يعوز هؤلاء من الاستعداد الضروريّ للتأمّل العلميّ لم تخل رحلاتهم التجارية من طرائف مفيدة في بعض الأحيان.

والحق أنّ أمر سياحات العرب القديمة التي وصل إلينا خبرها لم يخرج عن ذلك المعنى، ومنها سياحة التاجر سليمان لبلاد الصين في القرن التاسع الميلادي، فقد أبحر سليمان من مرفإ سيراف الواقع على الخليج الفارسي حيث كانت تكثر المراكب الصينية، وجاوز المحيط الهندي، وبلغ شواطئ بلاد الصين، وكتب رحلته في سنة ٨٥١م، ثم أتمّ أحد أبناء وطنه أبو زيد كتاب هذه الرحلة في سنة ٨٨٠م، وأضاف إليها معارف أخذها عن عرب زاروا بلاد الصين.

وأمّا كتاب سليمان هذا، الذي نُقل إلى اللغة الفرنسية في أوائل القرن التاسع عشر، فهو أول مؤلَّف نُشِر في بلاد الغرب عن بلاد الصين. وإذا كان سليمان باحثًا عاديًّا، فغيرُ ذلك شأن المسعودي الشهير الذي ولد في بغداد في أواخر القرن التاسع الميلادي، فقد قضى المسعودي خمسًا وعشرين سنة من حياته في الطواف في مملكة الخلفاء الواسعة وفي الممالك المجاورة لها كبلاد الهند، ودوّن ما شاهده في تواليفه الكثيرة المهمة التي يُعدّ كتاب «مروج الذهب» أشهرها، يقول ابن خلدون، الذي ظهر بعد المسعودي بأربعمائة سنة:

«فأمّا ذكر الأحوال العامة للآفاق والأجيال والأعصار فهو أسّ للمؤرخ تنبني عليه أكثر مقاصده وتتبيّن به أخباره، وقد كان الناس يُفردونه بالتأليف كما فعله المسعودي في

كتاب مروج الذهب، شرح فيه أحوال الأمم والآفاق لعهده في عصر الثلاثين والثلاثمائة (٩٤١م) غربًا وشرقًا، وذكر نِحَلهم وعوائدهم، ووصف البلدان والجبال والبحار والممالك والدول، وفرّق شعوب العرب والعجم، فصار إمامًا للمؤرخين يرجعون إليه وأصلًا يعوّلون في تحقيق الكثير من أخبارهم عليه»[١].

ثم بدأ ابن حوقل، الذي ولد كالمسعودي في بغداد، برحلاته بعد أن تمّت رحلات المسعودي، يقول ابن حوقل في كتابه[٢]: «وقد عملتُ له كتابي هذا بصفة أشكال الأرض، ومقدارها في الطول والعرض، وأقاليم البلدان ومحلّ الغامر منها والعمران، من جميع بلاد الإسلام، بتفصيل مدنها وتقسيم ما تفرّد بالأعمال المجموعة إليها. ولم أقصد الأقاليم السبعة التي عليها قسمة الأرض، لأنّ الصورة الهندية التي بالقواذيان، وإن كانت صحيحة، فكثيرة التخليط. وقد جعلت لكل قطعة أفردتها تصويرًا وشكلًا يحكي موضع ذلك الإقليم، ثمّ ذكرت ما يحيط به من الأماكن والبقاع، وما في أضعافها من المدن والأقصاع، وما لها من القوانين والارتفاع، وما فيها من الأنهار والبحار، وما يُحتاج إلى معرفته من جوامع ما يشتمل عليه ذلك الإقليم من وجوه الأموال والجبايات والأعشار، والخراجات، والمسافات في الطرقات، وما فيه من المجالب والتجارات، إذ ذلك علم يتفرّد به الملوك الساسة، وأهل المروءات والسادة من جميع الطبقات.

وكان ممّا حضّني على تأليفه وحثّني على تصنيفه، وجذبني إلى رسمه، أنّي لم أزل في حال الصبوة شغفًا بقراءة كتب المسالك، متطلّعًا إلى كيفية البين بين الممالك في السير والحقائق، وتباينهم في المذاهب والطرائق، وكمية وقوع ذلك في الهمم والرسوم، والمعارف والعلوم، والخصوص والعموم، وترعرعتُ فقرأتُ الكتب الجليلة المعروفة، والتواليف الشريفة الموصوفة، فلم أقرأ في المسالك كتابًا مقنعًا، وما رأيت فيها رسمًا متبعًا، فدعاني ذلك إلى تأليف هذا الكتاب، واستنطاقي فيه وجوهًا من القول والخطاب. وأعانني عليه تواصل السفر، وانزعاجي عن وطني مع ما سبق به القدر، لاستيفاء الرزق والأثر، والشهوة لبلوغ الوطر، بجور السلطان وكلب الزمان، وتواصل الشدائد على أهل المشرق والعدوان، واستئناس سلاطينه بالجور بعد العدل والطغيان، وكثرة الحوائج والنوائب، وتعاقب الكلف والمصائب، واختلال النعم وقحط الديم».

ورافق البيرونيّ السلطان محمودًا الغزنوي في حملته التي جرّدها على بلاد الهند

(١) حضارة العرب، لوبون، ص ٤٤٦ وما بعدها.

(٢) صورة الأرض لأبي القاسم بن حوقل النصيبي، ص ١٠.

في سنة ١٠٠٠م، ونشر ما شاهده في بلاد السند وشمالي الهند، وحاول أن يُصحّح خريطة تلك البلاد مستندًا إلى حسابه الفلكي.

ويمكننا أن نَعُدّ من السيّاح أبا الحسن الذي عاش في القرن الثالث عشر الميلادي، فقد اجتاب في الحقيقة شمالي إفريقية الممتدّ من مراكش إلى مصر، وعيَّنَ تعيينًا فلكيًّا مواضع أربعة وأربعين مركزًا مهمًّا قاصدًا تصحيح خريطة بطليموس عن الدوائر الإفريقية.

أمّا آخر رحّالة عربي كبير فهو ابن بطوطة الذي بدأ سياحاته في سنة ١٣٢٥م، مسافرًا من مدينة طنجه المرّاكشية ومجوّلًا في إفريقية الشمالية ومصر وفلسطين والعراق وشمالي جزيرة العرب إلى مكة، وفي روسيا الجنوبية والقسطنطينية، والذي ذهب إلى بلاد الهند مارًّا من بخارى وخراسان وقندهار، فبلغ مدينة دهلي التي كانت من العواصم الإسلامية، والتي أوفده سلطانها إلى عاهل الصين فانتهى إلى تلك البلاد بحرًا، وزار في طريقه إلى الصين سيلان وجاوة وسومطرة، ووصل إلى المدينة التي تعرف بـ «پكين» في هذا الوقت، ثم عاد إلى وطنه من طريق البحر.

وقد دامت تلك السياحات الأولى التي قام بها ابن بطوطة أربعًا وعشرين سنة، ولكن هذا الرحالة لم يشعر طيلة هذه المدة بالتعب، فقد زار بعدها بلاد الأندلس وأوغل في قلب إفريقية، وانتهى إلى مدينة تنبكتو، وتوفيّ في مدينة فاس سنة ١٣٧٧م بعد أن طوّف في جميع العالم الذي كان معروفًا في عصره.

والواقع أنّ للعرب فضلًا كبيرًا في علوم الجغرافيا، فهم بعد أن نقلوا عن اليونان وغيرهم الكتب الجغرافية وتوسّعوا في مباحثها، زادوا عليها ما شاهدوه في أثناء خوضهم البحار وارتيادهم الأقطار. وقد صحّحوا كثيرًا من أغلاط بطليموس، وامتازوا على الرومان بكونهم عرفوا الصين وتوغّلوا فيها وفي إفريقية أيضًا، فدخلوا الصحراء إلى بلاد السودان. ومنهم من ركب البحار كبحر الصين والروم، وأصابه فيها من الأحوال ما لا يُحصى كثرة.

وروى «الإدريسي» أنه في القرن الرابع «... خرج جماعة من لشبونة كلهم أبناء عم وأنشأوا مركبًا وتزوّدوا فيه، ثم ركبوا بحر الظلمات واقتحموه ليعرفوا ما فيه من الأخبار والعجائب، وليعرفوا إلى أين انتهاؤه.. ويظهر أنهم وصلوا إلى أمريكا.. لأنّ نهاية بحر الظلمات هذا.. وهو المحيط الأطلنطي..».

وكان المقدسي يرى في علم الجغرافيا «علما لا بدّ منه للتاجر، والمسافر، والملوك،

والكبراء، والقضاة،والفقهاء...».

ثـم إنّ العرب بحكم فتوحاتهم وعوامل تتصل بالتجارة وطلب العلم والحج، وجّـهوا الكثير من عنايتهم لعلم الجغرافيا واتصلوا بالعالم الخارجي. وقد أثبتوا أنهم «.. مرنون قابلون لمسايرة الحضارات المختلفة وأقلمتها، وأنهم أذكياء ذوو حيوية وخيال فسيح..» وكانوا على غاية من النشاط وحسن الرحلات. «.. كوّنوا علائق تجارية في أقصى الأرض فكوّنوا علائق بالصين وبعض البقاع الروسية وبعض مجاهل إفريقية. ولم تمنعهم صعوبة المواصلات وسوء الاستعدادات من الرحلات إلى أقصى البلاد..».

وضع العرب مؤلفات قيّمة في الجغرافيا فأبدعوا فيها، وقد زانوها بالخرائط وأوضحوها بالأشكال. وحسبهم فخرًا أنهم ربطوا الجغرافيا بالفلك، فسبقوا في هذا الأمر العلماء المحدثين. وهم كذلك أول من وضع أصول الرسم على سطح الكرة، وأول من وجد بطريقة علمية طول درجة من خط نصف النهار.

لقد ظهر في العرب جغرافيون عالميون وضعوا من التواليف ما زاد في ثروة البشر العلمية زيادات أدّت إلى تقدم علم الجغرافيا خطوات فاصلات، ومن هؤلاء «ياقوت» الذي وضع معجمًا جغرافيًا فريدًا في بابه أسماه «معجم البلدان» لا يزال المعتمد عند الباحثين ومرجعهم. وقد قال عنه «سارتون»: «.. إنّ كتاب معجم البلدان هو معجم لعلم الجغرافيا، وهو منجم غنيّ جدًّا للمعرفة وليس له من نظير في سائر اللغات..»[1].

(١) العلوم عند العرب، طوقان، ص ٧٢.



خريطة الإدريسي العربية (١١٦٠م) (من رسم ف. دو سان مارتان)(*)

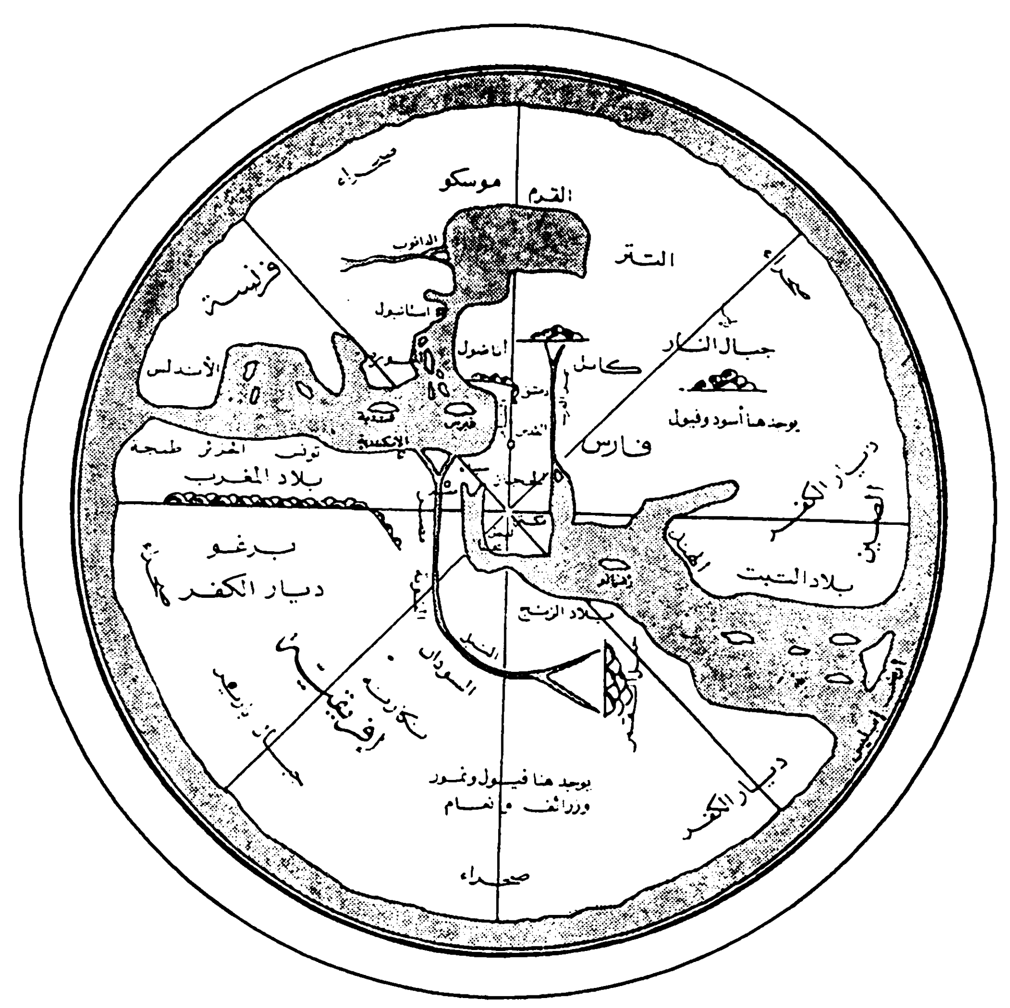
أمّا أبو الفداء أمير حماة فقد صنّف كتابًا في تقويم البلدان وبحث في مقدمته في الجغرافيا الرياضية والبحور والأنهار والجبال الشهيرة، وأطال في وصف الأرض، ونهج فيه بحسب مواقع البلدان من المناطق، ودرجات الطول والعرض ذاكرًا كل مملكة مستقلة في باب خاص. وقد ترجم هذا الكتاب إلى اللاتينية في القرن الثامن عشر.

وظهر «الإدريسي» في القرن الثاني عشر الميلادي، وكان من أنبغ علماء عصره، ألّف

(*) حضارة العرب، لوبون ص ٤٦٩.

كتاب «نزهة المشتاق في اختراق الآفاق» لـ «روجر» ملك صقلية ورتّبه على الأقاليم السبعة، وأورد فيه أوصاف البلاد والممالك تفصيلًا. كما عمل لـ «روجر» خارطة على كرة مسطحة من الفضة ورسم عليها الأقاليم والأقطار التي كانت معروفة في عصره. وقد استرعى هذا العالم المسلم انتباه علماء أوروبة أكثر من غيره، لأنه كان حلقة الاتصال بين جغرافيي الإسلام وجغرافيي الغرب، ولا شك أنّ طلب الملك روجر الصقلي عمل كتاب جغرافيا ورسم خرائط من عالم مسلم لممّا يدلّ على أنّ تفوّق المسلمين العلمي كان معترفًا به في ذلك العهد.

وممّا يدل على فضل العرب أن الخرائط التي عملها الغربيون في وقت لاحق كانت مطابقة تمامًا للخارطة التي رسمها ابن الورد في القرن الرابع عشر الميلادي، وهناك مؤلفون غير الذين ذكرنا نبغوا في الجغرافيا وكتبوا فيها المطوّلات، من مثل البيروني، والمقريزي، والخوارزمي، والقزويني.



خريطة عربية وضعت في أواسط القرن الثاني عشر الميلادي (رسمها بريس الأثيني في القاهرة)(*)

كان العرب أول من استخرج بطريقة علمية طول درجة من خط نصف النهار، فقد وضعوا طريقة مبتكرة لحسابها أدّت إلى نتائج قريبة من الحقيقة ويعدّها العلماء «من أجلّ آثار العرب في ميدان الفلكيات».

التقدّم الذي حقّقه العرب في الجغرافية:

كان من نتائج ريادات العرب ومعارفهم الفلكية أن اتّفق لعلم الجغرافية تقدّم عظيم،

(*) حضارة العرب، لوبون، ص ٤٦٦.

ولا غرو، فالعرب الذين اتخذوا في البداية علماء اليونان، ولا سيما بطليموس، أدِلّاء لهم في علم الجغرافية، لم يعتّموا أن فاقوا أساتذتهم فيه على حسب عادتهم.

لقد كانت مواضع المدن الكثيرة التي عيّنها بطليموس تعيينًا جغرافيًا غير مطابقة للواقع تمامًا، وبلغ مقدار غلطه في تعيين طول البحر المتوسط وحده أربعمائة فرسخ. ويكفي أن نقابل بين الأمكنة التي عيّنها الأغارقة والأمكنة التي عيّنها العرب ليظهر لنا مقدار التقدّم الذي تمّ على يد العلماء العرب، فهذه المقابلة تدلّ على أنّ مقدار العرض الذي حقّقه العرب يقرب من الصحة بما لا يزيد على بضع دقائق، وأنّ خطأ الأغارقة فيه بلغ درجات كثيرة.

كان تعيين الطول صعبًا على العرب، وذلك لحاجتهم في ذلك العصر إلى مقياس للزمان «كرونومتر»، وإلى تقاويم مضبوطة للقمر، فكانت مغالطهم أظهر من ذلك، وإن لم تزد على درجتين إلّا نادرًا، أي وإن كانت دون خطإ الأغارقة بمراحل. حقًّا كانت أخطاء الأغارقة في تعيين الطول فاحشة في بعض الأحايين، ومنها أن غلِطَ بطليموس، الذي اتخذ الإسكندرية مبدأً للطول، في طول طنجة نحو ١٨ درجة فجعله ٥٣ درجة و٣٠ دقيقة بدلًا من ٣٥ درجة و٤١ دقيقة، ومنها أن جعل بطليموس في تقاويمه طول المحور الكبير للبحر المتوسط الممتد من طنجة إلى طرابلس الشام تسع عشرة درجة زيادة على الواقع، أي ما يعدل أربعمائة فرسخ تقريبًا، مع أنّ غلط تقاويم العرب فيه أقلّ من درجة.

ومؤلّفات العلماء العرب التي وصلت إلينا في علم الجغرافية مهمّة جدًّا، وكان بعضها أساسًا لدراسة هذا العلم في أوروبة لقرون طويلة. وأقدم كتاب عرفناه عن العرب في علم الجغرافية هو الكتاب الذي نشره النضر البصريّ في سنة ٧٤٠م، ففي هذا الكتاب عالج النضر مختلف الموضوعات التي لا تمتّ إلى علم الجغرافية بصلة في الغالب والتي يلوح أنّها خاصّة بأعراب على وجه التخصيص.

ثم جاء الإصطخري فألّف كتاب الأقاليم في أواسط القرن التاسع الميلادي، فكان أرقى من كتاب النضر البصريّ، وكتاب الإصطخري هذا لم يكن، مع ذلك، سوى إحصاء لما في مختلف الولايات من الأنهار والمدن والجبال.

ويحتاج إحصاء أهمّ جغرافيي العرب وما ألّفوا من الكتب إلى سرد طويل، فقد ذكر أبو الفداء وحده أسماء ستين عالمًا جغرافيًا من الذين ظهروا قبله، وتكفي إنجازاتهم لإثبات شأنهم، ولولا إصرار الأوروبيين الخاص على مبتسراتهم الموروثة، التي لا تزال باقية، حيال الإسلام، لتعذّر إيضاح السبب في إنكار علماء أفاضل في الجغرافية، مثل ڤيڤيان دو سان

مارتان، لذلك الشأن، ومع ذلك يكفي ما جاء به العرب من عمل كبير لإثبات قيمتهم، فهم الذين انتهوا إلى معارف فلكية مضبوطة من الناحية العلمية عُدّت أول أساس للخرائط، فصحّحوا أغاليط اليونان العظيمة في المواضع، وهم من ناحية الريادة الذين نشروا رحلات عن بقاع العالم التي كان يشك الأوروبيون في وجودها فضلًا عن عدم وصولهم إليها، وهم - أي العرب - من ناحية الأدب الجغرافي الذين نشروا كتبًا قامت مقام الكتب التي أُلّفت قبلها فاقتصرت أمم أوروبة على استنساخها قرونًا طويلة.

طريقة العرب في استخراج طول درجة من خط نصف النهار:

كان العرب أول من استخرج بطريقة علمية طول درجة من خط نصف النهار، فقد وضعوا طريقة مبتكرة لحسابها أدت إلى نتائج قريبة من الحقيقة، ويعدّها العلماء من أجلّ آثار العرب في ميدان الفلكيات - كما أسلفنا - وهذه الطريقة وردت في الكتب العربية على صورتين:

الأولى: في الباب الثاني من كتاب «الزيج الكبير الحاكمي» لابن يونس، وقد نقلها «كارلو نلّلينو» في كتابه «علم الفلك» بحروفها عن النسخة الخطية والوحيدة المحفوظة في مكتبة ليدن، وهي كما يلي: «... الكلام فيما بين الأماكن عن الذرع. ذكر سند بن علي في كلام وجدته له، أنّ المأمون أمره هو وخالد بن عبد الملك المروروذي أن يقيسا مقدار درجة من أعظم دائرة من دوائر سطح كرة الأرض. قال: فسرنا لذلك جميعًا وأمر علي ابن عيسى الأسطرلابي وعلي بن البحتري بمثل ذلك، فسارا إلى ناحية أخرى. قال سند ابن علي: فسرت أنا وخالد بن عبد الملك إلى ما بين واسط وتدمر، وقسنا هنالك مقدار درجة من أعظم دائرة تمر بسطح كرة الأرض، فكان سبعة وخمسين ميلًا. وقاس علي بن عيسى وعلي بن البحتري فوجدا مثل ذلك. وورد الكتابان من الناحيتين في وقت بقياسين متّفقين.

وذكر أحمد بن عبد الله المعروف بحبش في الكتاب الذي ذكر فيه أرصاد أصحاب الممتحن بدمشق، أنّ المأمون أمر بأن تقاس درجة من أعظم دائرة من دوائر بسيط كرة الأرض. قال: فساروا لذلك في برية سنجار حتى اختلف ارتفاع النهار بين القياسين في يوم واحد بدرجة. ثم قاسوا ما بين المكانين... ميلًا وربع ميل، منها أربعة آلاف ذراع بالذراع السوداء التي اتخذها المأمون. وأقول أنا وبالله التوفيق: إنّ هذا القياس ليس بمطلق، بل يحتاج مع اختلاف ارتفاعي نصف النهار بدرجة إلى أن يكون القائسون جميعًا في سطح دائرة واحدة من دوائر نصف النهار. والسبيل إلى ذلك، بعد

أن نختار للقياس مكانًا معتدلًا ضاحيًا، أن نستخرج خط نصف النهار من المكان الذي يبتدئ منه القياس، ثم نتخذ حبلين دقيقين جيّدين، طول كل منهما نحو خمسين ذراعًا، ثم نمرّر أحدهما موازيًا لخط نصف النهار الذي استخرجناه إلى أن ينتهي، ثم نضع طرف الحبل في وسطه ونمرّه راكبًا عليه، ثم نفعل ذلك دائمًا ليحفظ السمت، وارتفاع نصف النهار يتغيّر دائمًا بين المكان الأول الذي استخرج فيه خط نصف النهار، والمكان الثاني الذي انتهى إليه الذين يسيرون، حتى إذا كان بين ارتفاعي نصف النهار في يوم واحد درجة بآلتين صحيحتين، تبين الدقيقة في كل واحدة منهما قيس ما بين المكانين. فما كان من الأذرع فهو ذرع درجة واحدة من أوسع دائرة تمر ببسيط كرة الأرض. وقد يمكن أن يحفظ السمت عوضًا عن الحبلين بأشخاص ثلاثة، يسير بعضها بعضًا على سمت خط نصف النهار المستخرج، وينقل أقربها من البصر متقدّمًا، ثم الذي يليه، ثم الثالث دائمًا إن شاء الله تعالى...».

أمّا الرواية الثانية فهي التي وردت في كتاب «وفيات الأعيان» لابن خلكان عند ترجمته لـ «موسى بن شاكر»، ويعلّق «نلّلينو» على هذه الصورة بقوله: «.. لا تخلو رواية ابن خلكان من شيء من الخلط والخطإ..» ثم يوضح ذلك تفصيلًا في كتابة المذكور آنفًا، ويعقّب بعد ذلك قائلًا: «... والصحيح إنما هو ما يستخرج من زيج ابن يونس وكتب غيره، أنّ جماعة من الفلكيين قاسوا قوسًا من خط نصف النهار في صحراوين، أي البرية عن شمالي تدمر وبرية سنجار، ثم إنّ حاصلي العملين اختلفا فيما بين $\frac{١}{٤}$ ٥٦ من الأميال و٥٧ ميلًا، فاتخذ متوسطهما $\frac{٢}{٣}$ ٥٦ من الأميال تقريبًا.. أي أنّ طول الدرجة عند فلكيي المأمون ١١١٨١٥ مترًا، وعلى هذا فطول المحيط ٤١٢٤٨ من الكيلومترات، وهو كما لا يخفى قريب من الحقيقة «... دال على ما كان للعرب من الباع الطويل في الأرصاد وأعمال المساحة..».

ويقول «نلّلينو»: «... أمّا قياس العرب فهو أول قياس حقيقي أجري كله مباشرة، مع كل ما اقتضته تلك المساحة من المدة الطويلة، والصعوبة، والمشقة، واشتراك جماعة من الفلكيين والمسّاحين في العمل، فلا بدّ لنا من عداد ذلك القياس من أعمال العرب العلمية المجيدة المأثورة...».

وقد وضع «البيروني» نظرية بسيطة لمعرفة مقدار محيط الأرض وردت في آخر كتاب «الأسطرلاب» كما يلي: «... وفي معرفة ذلك الطريق قائم في الوهم صحيح

بالبرهان، والوصول إلى عمله صعب لصغر الأسطرلاب وقلة مقدار الشيء الذي يبنى عليه فيه: وهو أن تصعد جبلًا مشرفًا على بحر أو تربة ملساء ترصد غروب الشمس، فتجد فيه ما ذكرناه من الانحطاط، ثم تعرف مقدار عمود ذلك الجبل وتضرب في الجيب المستوي لتمام الانحطاط الموجود، وتقسم المجتمع على الجيب المنكوس لذلك الانحطاط نفسه، ثم تضرب من القسمة في اثنين وعشرين أبدًا، وتقسم المبلغ على سبعة فيخرج مقدار إحاطة الأرض بالمقدار الذي به قدّرت عمود الجبل، ولم يقع لنا بهذا الانحطاط وكميته في المواضع العالية تجربة، وجرأنا على ذكر هذا الطريق ما حكاه أبو العباس النيريزي عن أرسطوطاليس أن أطوال أعمدة الجبال خمسة أميال ونصف ميل بالمقدار الذي به نصف قطر الأرض ثلاثة آلاف ومائتا ميل بالتقريب، فإنّ الحساب يقضي لهذه المقدمة أن يوجد الانحطاط في الجبل الذي عموده هذا القدر ثلاث درجات بالتقريب. وإلى التجربة يلتجأ في مثل هذه الأشياء، وعلى الامتحان فيها يعوّل. وما التوفيق إلّا من اللّه العزيز الحكيم..».

الخوارزمي العالم الجغرافي

ألّف الخوارزمي في الجغرافية كتابًا أسماه «صورة الأرض» شارك فيه برسم خريطة العالم، وقد اعتمد فيه على جغرافية بطليموس متوسّعًا فيها، مضيفًا خرائط جديدة، وقد نشرت صور هذا الكتاب عام ١٩٢٦ وترجم إلى الإلمانية عام ١٩٣٢، ووضع «كارلو نلّلينو» دراسة لهذا الكتاب عام ١٨٩٥. ويعتبر كتاب «صورة الأرض» ممثّلًا لعهد كامل من عهود ثلاثة نمت فيها الخرائط العربية وطرق تنفيذها:

الأول: ويبدأ ببداية العلم العربي الأصيل، ويمثّله في القرن التاسع عمل أبي عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي، الذي اتبع أسلوب بطليموس، وهو الأسلوب الذي كان سائدًا عصر ذاك دون معارضة.

الثاني: ويختلف عن الأول، ويتمثّل بـ «٢١ خريطة جديدة» تسمّى «أطلس الإسلام» لأنها تتناول العالم الإسلامي فقط دون اهتمام كبير بخطوط الطول والعرض.

الثالث: ويمثله الإدريسي على وجه التخصيص، وتتجلّى في خرائطه العناية الدقيقة بالجغرافية الرياضية وبتصويرها للعالم كله مراعية خطوط الطول والعرض ومطابقتها للواقع.

وللخوارزمي أيضًا في ميدان الجغرافية كتاب آخر اسمه «تقويم البلدان»[1] شرح فيه آراء بطليموس شرحًا مستفيضًا، واعتمد عليه في وضع كتابه السابق «صورة الأرض». ويعتبر لذلك مجددًا لآراء بطليموس، وتجديده هذا «لا يُعتبر مجرّد تقليد للآراء الإغريقية، بل هو بحث جديد مستقل في علم الجغرافية لا يقل أهمية عن بحث أي كاتب أوروبي... كما يقول «نلّلينو».

ويعتقد «سوتر» بناء على تحقيقات جغرافية أنّ الخوارزمي كان أحد الذين كلّفهم المأمون بقياس درجة من درجات محيط الكرة الأرضية، وذلك في سبيل تحديد محيط الدائرة العظمى للأرض، وفيما يلي مقارنة لنتائج القياس مع القياسات القديمة والحديثة:

---

(١) محمد بن موسى الخوارزمي، الكتبي، ص ١٣.

محيط الدائرة العظمى للأرض كما هو معروف في يومنا هذا	٤٠٠٧٠ كم
محيط الدائرة العظمى للأرض كما أجراه بطليموس	٣٨٣٤٠ كم
النقص الحاصل	١٧٣٠ كم
محيط الدائرة العظمى للأرض كما هو معروف في يومنا هذا	٤٠٠٧٠ كم
محيط الدائرة العظمى للأرض كما أجراه الخوارزمي ورفاقه	٤٠٢٤٨ كم
الزيادة الحاصلة	١٧٨ كم

تظهر هذه المقارنة مهارة العالم العربي الخوارزمي ورفاقه، ودقّتهم في الرصد واستخدام آلاته وتحرّي الحقيقة العلمية الخالصة، وسبقهم كعرب لأمم العالم أجمع في ميدان علم الفلك.

وكنّا ذكرنا في مسرد سيرة حياة الخوارزمي وبيان تواليفه ومصنّفاته وابتكاراته، أنّ هذا الكتاب «صورة الأرض» جاء في صفحته الأولى، كما على ورقة الغلاف، أنّ مستخرجه هو أبو جعفر (كنية) محمد بن موسى الخوارزمي من كتاب جغرافيا الذي ألّفه بطليموس القلوذي، وقد اعتنى بنسخه وتصحيحه «هانس ڤون مثريك» وطُبع في ڤيينا سنة ١٩٢٦ (١٣٤٥هـ).

EINLEITUNG

Der vorliegenden Ausgabe des Kitab ṣūrat al-arḍ wurde die Handschrift 4247 (ehemals L. arab. cod. Spitta 18) der Bibliothèque de l'université et régionale in Straßburg zugrunde gelegt.

Die Längen- und Breitenangaben (geographischen Ortsangaben) der Hs. erhielten, um das Zitieren und die Kontrolle zu erleichtern, eine durchlaufende Numerierung in runder Klammer ( ), die schon in „Afrika nach der arabischen Bearbeitung der Γεωγραφικὴ ὑφήγησις des Claudius Ptolemaeus etc." (K. Akad. d. Wissenschaften in Wien, phil.-hist. Klasse. Denkschriften, Bd. 59, Abh. 4) angewendet wurde. Daneben ist gewöhnlich eine zweite Numerierung in eckiger Klammer [ ] für die entsprechenden Standard-Nummern des Kitab 'aǵa'ib al-akalīm des Suhrāb (Hs. des Britischen Museums in London 23379 Add.) gegeben, wie sie in der „Bibliothek arabischer Historiker und Geographen", Bd. V erscheinen. Die in der Hs. vorhandenen Karten wurden sämtlich, und zwar in Originalgröße, gebracht (Tafel I—IV), ferner eine Schriftprobe (Tafel V), welche die auch für die Geschichte der Hs. wichtige letzte Seite des Straßburger Kodex wiedergibt. In dem beigegebenen Fihrist wurden des leichteren Überblickes halber die Kapitelüberschriften vereinheitlicht und stimmen deshalb nicht immer wörtlich mit denen des Textes überein.

الصفحة الأولى من المقدمة باللغة الألمانية لطبعة ليبزغ من «صورة الأرض» عام ١٩٢٦

وقد تضمّن الكتاب الذي صنّفه الخوارزمي في الجغرافية ذكر المدن التي على كرة الأرض المعمورة، والجبال، والبحار، والجزائر التي في البحار، والعيون والأنهار بأقاليمها السبعة. وكنّا نودّ أن نورد بعض نصوص هذا الكتاب النفيس، لكنّنا ضربنا صفحًا عن هذا الأمر لكثرة ما جاء في النسخة المحقّقة من رموز وإشارات يلتبس على القارئ فهمها

ويصعب عليه التماس معناها. لذلك رأينا أن ندرج فهرس الكتاب العام الوارد قبل المقدمة الضافية التي صنعها «مثريك» في آخره:

* فهرس *

* المدن التى على كرة الأرض المعمورة *

* الجبال التى على كرة الأرض المعمورة *

* البحار التي على كرة الأرض المعمورة *

* صفة الجزائر التي في البحار *

* العيون والأنهار التي على كرة الأرض المعمورة *

(*) الأرقام المبيّنة هي أرقام صفحات المخطوط المحقّق.

نهر مهران	١٣١—١٣٣
نهر جنجس	١٣٣—١٣٥
الإقليم السادس وما فيه من العيون والأنهار	١٣٥—١٤١
نهر الفرات	١٣٩—١٤٠
الإقليم السابع وما فيه من العيون والأنهار	١٤١—١٤٩
نهر بلخ	١٤٥—١٤٧
ما خلف الإقليم السابع من العيون والأنهار	١٤٩—١٥٨

(fol. 30*) * ا ر (....) ا (العيون) التي خلف خط الاستواء *

عين تخرج من جبال أنه من (خلف) خط الاستواء من طول ل ل وعرض د ه (١٦٠٤) [٢٢٣٠] فتمر الى طول كز ه وعرض ح ن (١٦٠٥) [٢٢٣١] ثم تمر الى البحر فى الإقليم الأول عند طول نط ه وعرض د ى (١٦٠٦) [٢٢٣٢] *

(نيل مصر وما يقع اليه من العيون والأنهار) * بطيحتان مدورتان قطر كل واحدة خمسة اجزاء مركز الأولى عند طول ن ه والعرض ر ه (١٦٠٧) [١٥٠٣] ومركز الثانية عند طول ر ه والعرض ر ه (١٦٠٨) [١٥٠٤] * ينصب الى الأولى خمسة انهار من جبل القمر مبتدأ النهر الأول عند طول مح ه (١٦٠٩) [١٥٠٥] والثانى عند (طول) مط ه (١٦١٠) [١٥٠٦] والثالث عند طول ن ه (١٦١١) [١٥٠٧] والرابع عند طول ه (١٦١٢) [١٥٠٨] والخامس عند طول نب ه (١٦١٣) [١٥٠٩] * ويخرج من جبل القمر ايضاً خمسة انهار الى البطيحة الثانية مبتدأ النهر الأول عند طول نه ك (١٦١٤) [١٥١٠] والثانى عند نو ك (١٦١٥) [١٥١١] والثالث عند نز ك (١٦١٦) [١٥١٢] والرابع عند نح ك (١٦١٧) [١٥١٣] والخامس عند

[a] Lücke; scheinbar ما, obwohl man entsprechend den Überschriften der folgenden Kapitel الأنهار و erwarten sollte [b] Hs. stark beschädigt [c] fehlt in der Hs. [d] die in der Hs. nicht vorhandene Überschrift wurde der besseren Übersicht halber hinzugefügt [e] Hs. ة [f] fehlt in der Hs. [g] von späterer Hand [h] Hs. ة [i] Hs. ن ل, v. l. ل و: verbessert im Hinblick auf (١٦١٥) und (١٦١٧)

الصفحة ١٠٦ من «صورة الأرض» برموزها وإشاراتها

(*) الأرقام المبيّنة هي أرقام صفحات المخطوط المحقّق.

الصفحة ١٠٦ من «صورة الأرض» برموزها وإشاراتها

(*) الأرقام المبيّنة هي أرقام صفحات المخطوط المحقّق.

ثبت المصادر والمراجع

المصادر:

- تاريخ الحكماء، مختصر الزوزني المسمّى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء، جمال الدين علي بن يوسف القفطي، أوفست، مكتبة المثنى عن طبعة ليبزيغ ١٩٠٣ باعتناء د. يوليوس ليپيرت.
- التنبيه والإشراف، لأبي الحسن علي بن الحسين المسعودي، باعتناء وتصحيح عبد الله إسماعيل الصاوي، طبعة ١٣٥٧هـ / ١٩٣٨م، أوفست، مكتبة المثنى، بغداد ـ العراق.
- كتاب الجبر والمقابلة، محمد بن موسى الخوارزمي، نشره علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، منشورات الجامعة المصرية كلية العلوم، مطبعة پول باربيه، سنة ١٩٣٧، الطبعة الثانية بمطبعة فتح الله نوري، مصر ١٩٣٩، وطبعة دار الكتاب العربي، القاهرة ١٩٦٨.
- كتاب صورة الأرض، لابن حوقل أبي القاسم، دون ذكر سنة الطبع، منشورات دار مكتبة الحياة، بيروت ـ لبنان.
- كتاب صورة الأرض من المدن والجبال والبحار والجزائر والأنهار، استخرجه أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي من كتاب جغرافيا الذي ألفه بطليموس القلوذي، باعتناء ونسخ وتصحيح هانس ڤون مزيك، ڤيينا ١٩٢٦، المثنى (أوفست) ١٩٦٢.
- الفهرست، ابن النديم، دون تاريخ، دار المعرفة ـ بيروت.
- المسالك والممالك، أبو القاسم عبيد الله بن عبد الله المعروف بابن خُرداذَبَه، أوفست عن طبعة بريل ١٨٨٩، مكتبة المثنى، دون تاريخ، بغداد ـ العراق.

المراجع:

- تاريخ الأدب العربي، كارل بروكلمان، الجزء ٤، الطبعة الثانية ١٩٧٧ ـ دار المعارف ـ القاهرة.
- تاريخ العلوم عند العرب، الدكتور عمر فروخ، طبعة ١٩٧٧، دار العلم للملايين ـ بيروت.

○ تاريخ العلوم عند العرب، الدكتور كامل حمّود، الطبعة الأولى ١٩٩٠، دار الفكر اللبناني، بيروت - لبنان.

○ تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، قدري حافظ طوقان، الطبعة الثالثة ١٩٦٣م، دار القلم، القاهرة - مصر.

○ حضارة العرب، الدكتور غوستاف لوبون، تعريب عادل زعيتر، الطبعة الثالثة ١٩٥٦، دار إحياء الكتب العربية، عيسى البابي الحلبي، القاهرة - مصر.

○ الخوارزمي العالم الرياضي الفلكي، محمد عاطف البرقوقي وأبو الفتوح محمد التوانسي، دون تاريخ، الدار القومية، القاهرة - مصر.

○ العلم عند العرب، ألدو مييلي، ت. عبد الحليم النجار ومحمد موسى، ط أولى ١٩٦٢، دار القلم، القاهرة - مصر.

○ علم الفلك تأريخه عند العرب في القرون الوسطى، كارلو نلّلينو، أوفست عن طبعة مدينة روما سنة ١٩١١م.

○ العلوم عند العرب، قدري حافظ طوقان، دون تاريخ، دار اقرأ - الأردن.

○ محمد بن موسى الخوارزمي، زهير الكتبي، الطبعة الأولى ١٩٦٩، وزارة الثقافة والسياحة والإرشاد القومي، دمشق - سورية.

○ المنهج في تاريخ العلوم عند العرب، الدكتور حسن عاصي، الطبعة الأولى ١٩٩١، دار المواسم - بيروت.

○ موسوعة عباقرة الإسلام في الفيزياء والكيمياء والرياضيات، الدكتور رحاب عكاوي، الجزء ٤، الطبعة الأولى ١٩٩٤، دار الفكر العربي - بيروت.

فهرس الكتاب